

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS**

**Departamento de Física de la Tierra, Astronomía y  
Astrofísica II**



**ESTUDIO DE LA MEZCLA TURBULENTA A TRAVÉS DE  
EXPERIMENTOS DE LABORATORIO Y DATOS  
MICROMETEOROLÓGICOS**

**MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR  
PRESENTADA POR**

**Carlos Yagüe Anguis**

Bajo la dirección del doctor

José Luis Cano Marchante

**Madrid, 2002**



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE



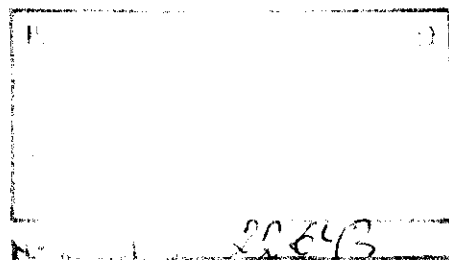
5314280188

TI-1832 Y

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID  
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS

DEPARTAMENTO DE FISICA DE LA TIERRA, ASTRONOMIA Y ASTROFISICA II  
(ASTROFISICA Y CIENCIAS DE LA ATMOSFERA)

ESTUDIO DE LA MEZCLA TURBULENTA A TRAVES DE EXPERIMENTOS DE  
LABORATORIO Y DATOS MICROMETEOROLOGICOS



Memoria que para optar al grado de Doctor en Ciencias  
Físicas, presenta el licenciado CARLOS YAGÜE ANGUIS.

DIRECTOR: Dr. D. José L. Cano Marchante.

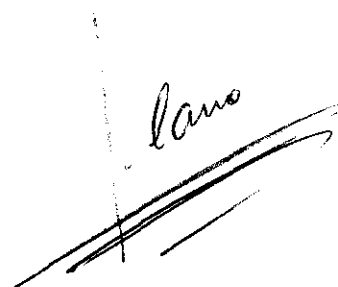
Madrid, Noviembre de 1992.

JOSE L. CANO MARCHANTE, PROFESOR TITULAR DE FISICA DEL  
AIRE DE LA FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS DE LA  
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID.

CERTIFICO:

Que la presente memoria "ESTUDIO DE LA MEZCLA  
TURBULENTA A TRAVES DE EXPERIMENTOS DE LABORATORIO  
Y DATOS MICROMETEOROLOGICOS", ha sido realizada  
bajo mi dirección en el Departamento de Física de  
la Tierra, Astronomía y Astrofísica II (Astrofísica  
y Ciencias de la Atmósfera) de la Facultad de  
Ciencias Físicas de la Universidad Complutense de  
Madrid por D. Carlos Yagüe Anguís y que constituye  
su tesis para optar al grado de Doctor en Ciencias  
Físicas.

Y, para que conste, firmo la presente  
certificación en Madrid a 23 de Noviembre de 1992.

A handwritten signature in dark ink, appearing to read 'Cano', is written over a series of three parallel diagonal lines that sweep from the bottom left towards the top right.

Quiero expresar mi agradecimiento:

A mi Profesor y Director de Tesis Doctoral Dr. D. José L. Cano Marchante, por sus consejos, dirección y enseñanzas a lo largo de estos últimos años.

Al Profesor Dr. D. José Manuel Redondo Apraiz, por compartir conmigo su gran experiencia y conocimientos en el Laboratorio de Fluidos Geofísicos de la Universidad de Cambridge.

A todos mis amigos de la Facultad, por sus ánimos, colaboración y ayuda en la elaboración de esta memoria.

A los miembros del Departamento de Física de la Tierra, Astronomía y Astrofísica II (Astrofísica y Ciencias de la Atmósfera), por las facilidades prestadas en la realización de este trabajo.

Al Profesor Dr. D. José Luis Casanova y al CIBA, por permitirme la utilización de los datos meteorológicos de Valladolid.

Al Dr. John King del British Antarctic Survey, por facilitarme el acceso a los datos de su campaña en la Antártida.

Al Dr. Paul F. Linden y a su grupo de Dinámica de Fluidos Geofísicos, por su ayuda y estímulo durante los meses de estancia en su departamento de la Universidad de Cambridge.

Al Ministerio de Educación y Ciencia, por la concesión de las Becas de Formación de Personal Investigador (en España y en Inglaterra) sin lo cual no hubiera sido posible la realización de esta memoria.

Finalmente quisiera expresar mi gratitud a mi familia, especialmente a mis padres, por su apoyo sincero y constante durante estos años.

a Maria José

## INDICE

INTRODUCCION.....	1
CAPITULO I: GENERALIDADES DE LA MEZCLA TURBULENTA.....	7
I.1 INTRODUCCION.....	7
I.2 MEZCLA TURBULENTA EN EXPERIMENTOS DE LABORATORIO.....	9
I.2.1 COMPARACION DE VARIOS METODOS DE MEZCLA.....	14
I.3 MEZCLA EN EL OCEANO.....	15
APENDICE A: FIGURAS DEL CAPITULO I.....	19
CAPITULO II: TURBULENCIA EN LA ATMOSFERA.....	23
II.1 EVOLUCION HISTORICA.....	24
II.2 CARACTERISTICAS GENERALES DE LA TURBULENCIA ATMOSFERICA.....	25
II.3 ECUACIONES EN UN FLUJO TURBULENTO.....	27
II.3.1 TEORIAS SEMIEMPIRICAS DE LA TURBULENCIA.....	35
II.3.1.1 Hipótesis de las difusividades turbulentas.....	35
II.3.2 TEORIA DE CIERRE DE ORDEN SUPERIOR.....	39
II.3.3 MODELOS $k-\epsilon$ .....	42
II.3.4 TEORIA DE SEMEJANZA DE MONIN-OBUKHOV.....	44
II.3.4.1 Análisis dimensional y semejanza.....	44
II.3.4.2 Hipótesis de semejanza de M-O.....	47
II.3.4.3 Las relaciones de semejanza de M-O....	48
II.3.4.4 Formas empíricas de las funciones de semejanza.....	50
II.4 MEZCLA TURBULENTA EN LA ATMOSFERA.....	52
II.4.1 MEZCLA POR CONVECCION Y POR CIZALLA.....	53
II.4.2 MEZCLA EN CONDICIONES DE ESTRATIFICACION ESTABLE.....	57
II.5 METODOS DE DETERMINACION DE LOS FLUJOS TURBULENTOS DE MOMENTO Y CALOR ( $\tau$ Y H).....	59

CAPITULO III: METODO EXPERIMENTAL DE LABORATORIO.....	63
III.1 TURBULENCIA GENERADA EN EL LABORATORIO.....	63
III.2 DESCRIPCION DEL MATERIAL UTILIZADO.....	66
III.2.1 ESQUEMA DEL MONTAJE GENERAL.....	66
III.2.2 SONDAS DE CONDUCTIVIDAD Y CONDUCTIVIMETROS..	69
III.2.3 CALIBRADO DEL SISTEMA.....	70
III.3 MONTAJES EXPERIMENTALES.....	72
III.3.1 EXPERIMENTOS CON MEZCLA TOTAL.....	72
III.3.2 EXPERIMENTOS CON MEZCLA PARCIAL.....	73
APENDICE B: FIGURAS DEL CAPITULO III.....	75
 CAPITULO IV: ANALISIS DE LOS EXPERIMENTOS DE LABORATORIO .....	 79
IV.1 EXPERIMENTOS CON MEZCLA TOTAL.....	79
IV.1.1 DEFINICION DE PARAMETROS EXPERIMENTALES.....	79
IV.1.2 EFICIENCIA DE MEZCLA.....	83
IV.1.2.1 Cálculo de la energía potencial.....	84
IV.1.2.2 Cálculo de la energía cinética.....	86
IV.1.3 PASO DE BURBUJAS A TRAVES DE UN FLUIDO.....	89
IV.1.4 RESULTADOS.....	91
IV.1.4.1 Resultados cualitativos.....	91
IV.1.4.2 Resultados cuantitativos.....	93
IV.1.5 EXPERIMENTOS CON CAUDAL VARIABLE.....	104
IV.2 EXPERIMENTOS PARA EL ESTUDIO DE LA EVOLUCION DEL PROCESO DE MEZCLA.....	 107
IV.2.1 CARACTERISTICAS DE LOS EXPERIMENTOS DE EVOLUCION.....	 108
IV.2.2 ANALISIS DE PARAMETROS ADIMENSIONALIZADOS O NORMALIZADOS.....	 112
IV.3 NUMEROS ADIMENSIONALES EN LA ATMOSFERA Y EN EL OCEANO.....	 119
IV.4 FENOMENOS DE INTERMITENCIA OBSERVADOS EN LOS EXPERIMENTOS DE LABORATORIO.....	 123
APENDICE C: FIGURAS DEL CAPITULO IV.....	125

CAPITULO V: ANALISIS DE DATOS ATMOSFERICOS.....	164
V.1 INTRODUCCION.....	164
V.2 DESCRIPCION DE LOS DATOS METEOROLOGICOS.....	166
V.2.1 BASE DE HALLEY(ANTARTIDA).....	167
V.2.2 DATOS DE C.I.B.A. (VALLADOLID).....	169
V.3 COMPORTAMIENTO DE LA VELOCIDAD DE FRICCION Y LONGITUD DE MONIN-OBUKHOV.....	170
V.3.1 CALCULO DE LA VELOCIDAD DE FRICCION, NUMERO DE RICHARDSON Y LONGITUD DE MONIN-OBUKHOV PARA LOS DATOS DE LA ANTARTIDA.....	172
V.3.2 CALCULO DE LA VELOCIDAD DE FRICCION, NUMERO DE RICHARDSON Y LONGITUD DE MONIN-OBUKHOV PARA LOS DATOS DE VALLADOLID.....	173
V.3.3 RESULTADOS.....	179
V.4 COEFICIENTES DE INTERCAMBIO TURBULENTO.....	185
V.4.1 CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE INTERCAMBIO TURBULENTO PARA LOS DATOS DE LA ANTARTIDA....	186
V.4.2 CALCULO DE LOS COEFICIENTES PARA LOS DATOS DE VALLADOLID.....	187
V.4.3 RESULTADOS.....	188
V.4.3.1 Evolución temporal de los coeficientes de intercambio turbulento.....	188
V.4.3.2 Evolución de los coeficientes de intercambio turbulento con el número de Richardson.....	191
V.4.3.3 Estudio del cociente de los coeficientes de intercambio turbulento ( $\alpha$ ).....	193
V.5 RELACIONES ENTRE EL NUMERO DE RICHARDSON DEL FLUJO( $R_f$ ) Y EL NUMERO DE RICHARDSON DEL GRADIENTE( $R_i$ ).....	195
V.5.1 COMPORTAMIENTO DE $R_f$ CON LA ESTABILIDAD Y RELACION CON LOS EXPERIMENTOS DE LABORATORIO.	197
APENDICE D: FIGURAS DEL CAPITULO V.....	199
RESUMEN Y CONCLUSIONES.....	238
BIBLIOGRAFIA.....	244



## INTRODUCCION

La atmósfera encierra en su seno un campo de investigación tan amplio como la imaginación humana. Este sistema, dinámico y vital, está constituido por diversas capas. Una de estas capas, la más próxima al suelo, es la troposfera. En ella, el hombre y los demás seres vivos desarrollan sus funciones vitales. Esto último, explica el interés humano por conocer y comprender los procesos que se dan en esta zona.

El estudio de estos procesos: sus causas, su evolución, las consecuencias que provocan, adquiere una importancia fundamental para el hombre, por la repercusión que puede tener en su modo y calidad de vida.

En la troposfera se pueden distinguir, a su vez, varias subcapas. Una de ellas, la capa límite atmosférica, es de gran importancia en el estudio que se quiere realizar.

La capa límite atmosférica, conocida como PBL o ABL, se forma como consecuencia de la interacción entre la atmósfera y la superficie subyacente: tierra o agua. La escala de tiempo, va desde las pocas horas hasta alrededor de un día (Arya, 1988). La influencia de la fricción y el calentamiento superficial, se propagan en sentido ascendente por la capa de un modo rápido y eficaz, a través del mecanismo de la mezcla o transferencia turbulenta. También puede haber una transferencia descendente de calor, momento y masa desde la capa límite atmosférica hacia la superficie.

El espesor de la capa límite atmosférica puede oscilar entre algunas decenas de metros y varios kilómetros de altura, dependiendo de varios factores: el ritmo de calentamiento o enfriamiento de la superficie, la fuerza del viento, las características topográficas y de rugosidad de la superficie, los movimientos verticales a gran escala, etc. Pongamos como ejemplo

un día despejado: el sol producirá un continuo y progresivo calentamiento de la superficie, que se traduce en un incremento de la altura de la capa límite a lo largo del día, pudiéndose alcanzar, en las horas centrales, máximas del orden de 1 Km (el rango oscila entre 0.2 y 5 Km). Posteriormente, al atardecer y a lo largo de la noche, el enfriamiento radiativo tiene un efecto debilitador de la turbulencia que, a su vez, provoca una disminución en la altura de la capa límite, quedando establecida en unos 100 m (el rango varía entre 20 y 500 m.)

La capa límite atmosférica incluye a su vez varias subcapas: capa laminar, capa superficial, capa de Ekman. Para nosotros la más importante es la capa superficial, puesto que en ella se dan los fenómenos que queremos analizar.

La capa superficial es la más próxima a la superficie terrestre, a excepción hecha de la capa laminar. Se suele considerar que abarca la décima parte de la PBL, aunque su límite superior no es fácil de definir. Es mucho menos nítido que el límite de la PBL. Las características del suelo, así como los fenómenos que en él suceden, tienen su máxima repercusión dentro de la atmósfera, en esta capa. La capa superficial ofrece al hombre, por su proximidad a la superficie, una gran ventaja: se puede estudiar a través de observaciones obtenidas directamente desde la superficie o, con mástiles y torres meteorológicas. Dentro de la capa superficial tienen lugar las mayores diferenciaciones de las variables meteorológicas con la altura y, por tanto, se producen también los mayores intercambios de calor, momento y masa. Una característica importante es el que los flujos verticales de masa, calor y momento, permanecen prácticamente constantes en toda la capa. Además, en esta parte de la atmósfera, existe una intensa turbulencia a pequeña escala (generada por cizalla o convección).

Con todas las singularidades anteriormente expuestas, es fácil entender por qué el análisis meteorológico que contiene esta

memoria se ha centrado en la capa superficial. El estudio de esta zona de la baja atmósfera exige un tratamiento micrometeorológico debido a la escala, tanto espacial como temporal, que estamos considerando.

En general, el flujo atmosférico responde a las características de un flujo turbulento, aunque en raras ocasiones pueda comportarse como laminar. La naturaleza turbulenta de este flujo dificulta su estudio, puesto que nos lleva a un sistema no lineal de ecuaciones diferenciales que no tiene solución analítica. Para resolver este sistema de ecuaciones, que rigen el flujo atmosférico, no tendremos más remedio que recurrir a la modelización numérica y, muchas veces, a teorías semiempíricas.

Una de las características fundamentales de la baja atmósfera es la estratificación que presenta. El tipo de estratificación puede ser estable, inestable o indiferente. En el caso de estratificación estable, la distribución térmica en la atmósfera es tal, que los movimientos verticales de las partículas fluidas se ven dificultados por la fuerza de empuje de Arquímedes. Esto produce un debilitamiento de la turbulencia. Los episodios estables, en la baja atmósfera, suelen ser frecuentes por la noche. Cuando la estratificación es inestable, las masas de aire que se mueven verticalmente son aceleradas por la fuerza de Arquímedes, incrementándose la turbulencia. La estratificación inestable tiene lugar preferentemente en las horas de mayor actividad solar. La estratificación neutral o indiferente se observa durante las transiciones entre el día y la noche. La capa superficial en condiciones estables presenta mayores dificultades para su estudio, y aún permanecen sin resolverse numerosas incógnitas sobre sus características principales, por lo que cualquier avance en su conocimiento es de gran interés (Kondo et al., 1978; Pretel, 1990; Smedman, 1991).

¿Qué comportamiento tiene la turbulencia bajo estas

condiciones? ¿Cuáles son las principales características de los flujos turbulentos tanto de momento como de calor? ¿ Se pueden considerar iguales las difusividades turbulentas de calor y momento, o por el contrario son distintas y se comportan de manera diferente? ¿Qué evoluciones se observan? Estas son algunas de las preguntas que se han investigado a lo largo de esta memoria.

Las condiciones de estabilidad máxima se observan en la atmósfera cuando tienen lugar las llamadas inversiones térmicas, es decir, cuando la temperatura aumenta con la altura. Este fenómeno puede producirse a distintas alturas en la atmósfera, pero nosotros vamos a concentrarnos en aquellas inversiones que se observan en la capa superficial, denominadas inversiones superficiales. Estas suelen tener lugar durante las noches en calma, con poco viento y ausencia general de nubosidad, que favorecen el enfriamiento radiativo de las capas más bajas junto al suelo. A lo largo de la noche estas inversiones se van intensificando, y al comienzo del día, a causa del calentamiento solar, se producen movimientos convectivos que generan mezcla turbulenta y tienden a homogeneizar el aire.

La mezcla turbulenta es otro proceso de singular importancia en la baja atmósfera por las implicaciones que una buena mezcla, o la falta de la misma, pueden tener en la dispersión de contaminantes. La mezcla turbulenta tiene dos orígenes fundamentales: uno térmico, donde la convección es el factor principal, y otro mecánico, en el que la mezcla turbulenta se produce debido a la cizalla del viento. La mezcla de origen mecánico puede llegar a romper inversiones nocturnas sin necesidad de que haya turbulencia térmica. El estudio de la evolución de las inversiones y de las diferentes peculiaridades, según el origen de la mezcla turbulenta, es interesante para analizar los factores diferenciadores que distinguen la turbulencia térmica de la mecánica (Albizúa, 1985) .

Una herramienta muy útil e interesante para el estudio de fenómenos que tienen lugar en la atmósfera y en el océano es la utilización de modelos de laboratorio para simular procesos reales. Esto nos permite, a una escala diferente y en condiciones más simplificadas, el análisis de fenómenos tales como la convección, la mezcla, la intermitencia, etc, difíciles de estudiar directamente en la naturaleza. En este trabajo, se han realizado varios experimentos de laboratorio con el objeto de investigar procesos de mezcla en situaciones estables y su evolución, calculando los valores de parámetros de interés como la eficiencia de mezcla, el número de Richardson, etc.

Los objetivos fundamentales de esta memoria son un mayor conocimiento de la capa superficial estable, en condiciones a veces de fuerte estabilidad, y el análisis detallado de la mezcla turbulenta que tiene lugar bajo estas condiciones, para lo que nos hemos ayudado de experiencias de laboratorio. Creemos que un mejor entendimiento del comportamiento de la capa superficial bajo estas circunstancias tiene una amplia aplicación, tanto para el estudio de la contaminación atmosférica y oceánica, ya que la estabilidad dificulta la mezcla y difusión de contaminantes (Phillips, 1972; Posmentier, 1977; Linden, 1980; Mc Ewan a y b, 1983; Redondo, 1988), como para mejorar los modelos de predicción numérica, puesto que una de las principales fuentes de error es la poca o a veces nula parametrización de fenómenos a escala micrometeorológica. La introducción de estos fenómenos mediante parametrizaciones correctas mejoraría sensiblemente el resultado de estos modelos.

En el primer capítulo de esta memoria se describen algunos mecanismos que producen mezcla turbulenta en el laboratorio, en la atmósfera y en el océano, centrándonos en los que tienen lugar en condiciones de estratificación estable.

En el capítulo II trataremos la turbulencia atmosférica, viendo las técnicas utilizadas para su estudio y parametrización.

En el capítulo III se describe el método experimental de laboratorio utilizado, señalando las medidas realizadas en la modelización, la manera de generar turbulencia, así como detallando los diversos aparatos de medida .

En el capítulo IV realizamos un análisis pormenorizado de los experimentos de laboratorio, tanto en los casos de mezcla completa como en aquéllos en los que se investiga la evolución de la misma. También se estudian los diversos parámetros adimensionales utilizados, y su relación con fenómenos geofísicos (mezcla oceánica y mezcla atmosférica).

La descripción y el análisis de los datos meteorológicos se encuentra en el capítulo V, donde hacemos una distinción entre los datos procedentes de la base antártica de Halley (en la que la mezcla turbulenta es principalmente por cizalla) y los datos de una torre situada en Valladolid (donde la ruptura de las inversiones se debe a fenómenos convectivos fundamentalmente). Se analizan y discuten el cálculo de difusividades turbulentas y su evolución con la estabilidad atmosférica , así como otros parámetros de importancia en turbulencia tales como la velocidad de fricción, la longitud de Monin-Obukhov y los números de Richardson del gradiente y del flujo.

Finalizamos la memoria con un resumen de la misma y las conclusiones más relevantes.

# CAPITULO I: GENERALIDADES DE LA MEZCLA TURBULENTA

## I.1 INTRODUCCION.

El fenómeno de la mezcla tiene una gran importancia en el tratamiento y estudio de los fluidos. A través de la mezcla, se producen importantes intercambios de propiedades físicas, y la potenciación o inhibición de la mezcla puede dar lugar a situaciones muy diferentes.

Podríamos establecer dos categorías principales de mezcla:

- a) Mezcla por difusión molecular.
- b) Mezcla turbulenta.

La mezcla por difusión molecular se puede apreciar cuando el flujo tiene características laminares, es decir un bajo número de Reynolds ( $Re$ ), o está en reposo. Este tipo de mezcla suele ser lenta y de poca magnitud, ya que el flujo laminar está caracterizado por un movimiento ordenado y suave, en el que las láminas de fluido adyacentes deslizan unas sobre otras con poca mezcla y transferencia de propiedades de unas láminas sobre otras.

En la naturaleza, es difícil encontrar ejemplos de este tipo de mezcla. Sin embargo, a veces los movimientos de convección que se producen en el interior de la Tierra, en el manto terrestre, se pueden considerar laminares. Estos magmas de fluidos muy viscosos se desarrollan lentamente. Los primeros conceptos que se tuvieron de convección en el manto, estaban basados en movimientos celulares estacionarios; sin embargo actualmente, se cree que la mezcla convectiva en el manto se debe estudiar a través de modelos teóricos no estacionarios (Turner, 1991).

La mezcla turbulenta aparece cuando el flujo se convierte en turbulento (alto  $Re$ ). En contraste con el flujo laminar, el

turbulento es irregular, tridimensional, muy aleatorio, altamente rotacional, disipativo y suele dar lugar a movimientos difusivos con mezcla. A esta escala turbulenta, la mezcla molecular se convierte en insignificante. Los coeficientes de intercambio de propiedades (calor, momento, etc) son varios órdenes de magnitud mayores para la mezcla turbulenta que para la mezcla molecular.

En los flujos turbulentos, tanto el flujo como las propiedades escalares manifiestan fluctuaciones muy irregulares en el espacio y en el tiempo, con una variedad muy amplia de escalas espaciales y temporales. Así por ejemplo, las fluctuaciones turbulentas de velocidad en la capa límite atmosférica pueden ocurrir en escalas de tiempo que van de los  $10^{-3}$  s a los  $10^4$  s y las correspondientes escalas espaciales varían de  $10^{-3}$  m a los  $10^4$  m.

Los flujos que se presentan tanto en la atmósfera como en el océano son principalmente turbulentos, especialmente los movimientos tridimensionales a pequeña escala que tienen lugar en la baja atmósfera, que es una de las zonas en la que hemos desarrollado nuestro estudio.

El problema de la mezcla turbulenta se ha abordado tanto desde el punto de vista experimental de laboratorio como en estudios y medidas de campo en situaciones geofísicas (atmósfera y océano). Los procesos de mezcla turbulenta en situaciones de estratificación estable tienen especial interés por ser más desconocidos y más complejos que los que tienen lugar en estratificaciones inestables. Es decir, partimos de situaciones, tanto en el laboratorio como en la naturaleza, en las que el fluido más denso se encuentra debajo del más ligero. Si se genera turbulencia (mecánica o térmica) de alguna manera, ésta va a producir mezcla y va a tender a homogeneizar el fluido, de modo que la estratificación estable tiende a debilitarse e incluso a desaparecer si la mezcla es muy intensa.



En el laboratorio, se han realizado experimentos en los que se constituía una interfase estable de densidad y por procedimientos mecánicos se ha generado turbulencia y producido mezcla. Se han estudiado los diversos procesos observados y se ha evaluado un factor importante como es la eficiencia del proceso de mezcla que se estaba realizando.

Se pueden encontrar interfases estables tanto en la atmósfera como en el océano. En la atmósfera, las inversiones térmicas constituyen una interfase natural (de diversa magnitud dependiendo de la "fortaleza" de dicha inversión) que afecta de un modo muy significativo a la mezcla atmosférica. Fundamentalmente se producen dos tipos de inversiones térmicas en la atmósfera: las inversiones superficiales por enfriamiento nocturno del suelo, y las inversiones de subsidencia producidas por la compresión de capas de aire, debido a la presencia de alta presión en altura. Estas últimas aparecen generalmente a varios centenares de metros sobre la superficie (Morán, 1944).

En el océano, la termoclina (ver fig. 1.1), o zona en la que el gradiente vertical de temperatura es máximo, constituye otra interfase natural. Tanto en la atmósfera como en el océano, según detallaremos más adelante, se producen situaciones de generación de turbulencia que tienden a homogeneizar el fluido, pudiendo romperse las interfases y desaparecer las situaciones de estratificación estable, o a veces a producir relaminarización o intensificación de la interfase según el número de Richardson.

En este primer capítulo de la memoria pasaremos revista además de a diversos experimentos de laboratorio, a la comparación de varios métodos de mezcla, así como a la mezcla en situaciones estables en el océano.

## 1.2 MEZCLA TURBULENTA EN EXPERIMENTOS DE LABORATORIO.

Un procedimiento adecuado para investigar el mecanismo de la

mezcla turbulenta cuando se tienen interfases de densidad es realizar experimentos en el laboratorio. La mezcla se suele generar o bien por agitación mecánica o bien produciendo un flujo turbulento medio en la capa superficial.

- Un primer tipo de experimentos son aquellos en los que se usa una rejilla de barras sólidas para producir la mezcla. Algunas experiencias consistieron en dejar caer una rejilla a través de una interfase de densidad estable (Linden, 1979, 1980). Al caer, la rejilla producía turbulencia y ésta a su vez mezcla. La fracción de energía cinética disponible que se usa en la mezcla es un parámetro conocido como número de Richardson del flujo ( $R_f$ ). La restante energía se disipa generalmente por viscosidad. Debido a que siempre existe disipación viscosa (aunque dependiendo de las circunstancias del experimento ésta puede variar al igual que la generación de ondas internas), el número de Richardson del flujo es siempre menor que 1. La fracción de energía cinética, anteriormente citada, que se usa para mezclar el fluido, hace que aumente la energía potencial del sistema que se está mezclando.

Una forma de describir la importancia de la estratificación es a través del número de Richardson local ( $R_i$ ), o cociente entre las fuerzas de Arquímedes y la cizalla. Este número de Richardson se define en función de parámetros locales para la interfase,  $R_i = (g \Delta \rho \ell / \rho u'^2)$ , donde  $\Delta \rho$  es el salto o diferencia de densidad a través de la interfase,  $\ell$  la escala integral de la turbulencia y  $u'$  la velocidad cuadrática media (r.m.s.) de la turbulencia.

Un problema importante que se plantea es ver cuál es la relación que hay entre  $R_f$  y  $R_i$ , y estudiar cuál es la evolución que se produce en la estratificación como resultado del proceso de mezcla. Parece ser que el número de Richardson del flujo ( $R_f$ ) crece al crecer el número de Richardson local ( $R_i$ ), para un rango de números de Richardson bajos, pero que al alcanzarse un determinado Richardson crítico ( $R_{ic}$ ),  $R_f$  se estabiliza para posteriormente ir disminuyendo (Rohr et al., 1984; Linden y

Redondo, 1991). Esto indica que, dependiendo de en que rango de  $R_i$  nos encontremos, el efecto de la mezcla sobre la estratificación puede ser muy diferente. Diversos autores (Phillips, 1972; Posmentier, 1977, Mc Dougall, 1979; Baines et al. , 1990) razonaron, algunos con un sencillo modelo numérico, que a veces incluso se producían reforzamientos de las interfases, incrementándose los gradientes de densidad. En estos experimentos, en los que la turbulencia se produce mediante una rejilla horizontal que cae con su velocidad terminal a través de un tanque de agua estacionario, la estratificación se produce mediante dos capas de fluido de distinta densidad, formando una interfase delgada. La estabilidad del sistema se cambia simplemente modificando la diferencia de densidad entre las dos capas.

De los resultados de los experimentos de Linden (1979, 1980) cabe destacar la independencia del número de Reynolds (ya que comparó los resultados de experimentos a distinta escala) y la inhibición de la mezcla que se produce para estabilidades grandes ( $R_i > 1$ ).

Otros experimentos llevados a cabo se realizaron con rejilla oscilante (una y a veces dos). Los primeros experimentos de este tipo los realizó Rouse y Dodu (1955) y Cromwell (1960) agitando la rejilla en la parte superior de un fluido con un gradiente de densidad inicialmente estable. Pudo observar cómo se formaba una capa bien mezclada limitada por una interfase abrupta que se movía hacia abajo incorporando y posteriormente mezclando fluido de la parte inferior de la interfase a la parte superior ("entrainment" en la literatura inglesa y traducido al castellano como entrañamiento -Redondo, 1988-).

Los procesos de entrañamiento y avance de una interfase de densidad han sido bien estudiados aunque aún quedan bastantes dudas por solventar, tanto sobre la totalidad de procesos que afectan al entrañamiento como en encontrar una ley de avance de la interfase que parametrize bien el proceso. Si se realiza un

análisis visual con colorante, se puede observar que en la parte superior, donde está oscilando la rejilla, como grandes remolinos son empujados hacia el fluido menos turbulento, quedando algunos atrapados en la interfase, mientras que los movimientos a pequeña escala se amortiguan rápidamente. En la parte donde el fluido está menos agitado se puede observar finas láminas de fluido entrañado que son rápidamente mezcladas a través de la capa donde la rejilla está oscilando. El salto de densidad en la interfase introduce mecanismos esencialmente diferentes de los procesos de entrañamiento que tienen lugar en el borde de un penacho turbulento no estratificado (Redondo, 1990). Además de los experimentos sobre entrañamiento realizados en tanques, hay experimentos llevados a cabo en canales (Kreiman y Bogdanov, 1990).

Por lo que respecta a la ley de avance de una interfase en función de parámetros que modelan la turbulencia de un fluido estratificado, no existe acuerdo entre diversos autores que han investigado sobre ello. Así, Turner (1968) propuso una relación del tipo  $V_e/u' \approx Ri^{-3/2}$ , donde  $V_e$  sería la velocidad de entrañamiento o velocidad de avance de la interfase,  $u'$  la velocidad cuadrática media de la turbulencia y  $Ri$  el número de Richardson local. Fernando y Long (1985) proponen que el exponente en  $Ri$  sea  $-7/4$ . Redondo (1988) habla de un exponente variable  $n$ , que depende del número de Richardson local ( $Ri$ ), así como de la cizalla turbulenta ( $u'/\ell$ ); o lo que es equivalente, un parámetro que mide la vorticidad local, ya que  $\omega' = \nabla \times u'$  tiene dimensiones de  $[U/L]$ , donde  $\ell$  sería la escala integral de la turbulencia. En estos experimentos, también parece haber independencia respecto al número de Reynolds, lo que permitiría extrapolar los resultados a fenómenos geofísicos semejantes (océano y atmósfera). Un aspecto importante que se desprende de estos experimentos es que la mezcla depende de las escalas de la turbulencia local ( $u'/\ell$ ). En la figura 1.2 está representada la relación  $V_e - R_i$  para Redondo (1988). También es interesante resaltar cómo la proximidad al suelo puede afectar a esta ley (Redondo, 1987).

El método de agitación por rejilla es bastante conveniente, experimentalmente, para modelar procesos naturales en los que la energía turbulenta está en una escala mucho más pequeña que el espesor de la capa (por ejemplo la ruptura de olas en la superficie del mar, mareas, etc). Davies et al. (1991) han introducido rotación en experimentos con rejilla oscilante, viendo que aunque en un primer momento no afecta, posteriormente la capa de mezcla se incrementa según lo hace la rotación.

Algunos investigadores han propuesto otras técnicas para producir una estructura turbulenta que esté relacionada sólo con la geometría del flujo. Este tipo de experimentos simularía situaciones en las que la turbulencia se produce por cizalla cerca de la superficie terrestre o por la acción del viento sobre la superficie del mar. En estos casos habría un flujo medio añadido a la turbulencia.

Experimentos de este tipo han sido realizados por Kato y Phillips (1969), aplicando una cizalla constante sobre un fluido con un gradiente de densidad lineal. Durante los primeros segundos del movimiento observaron un tren regular de ondas alineadas con el flujo, que surgían de una inestabilidad de cizalla del tipo de Kelvin Helmholtz. Estas ondas se rompían rápidamente, formándose una capa turbulenta limitada por debajo por una interfase fuerte que avanzaba a un ritmo decreciente y a través de la cual la diferencia de densidad se incrementaba con el tiempo. En este experimento, se realizaron medidas del espesor de la capa turbulenta en función del tiempo y se llevó a cabo un análisis adimensional para calcular el avance de la interfase:

$$E = \frac{V_e}{u_*} = f(Ri) = K Ri^{-1} \quad (1.1)$$

donde  $E$  es la velocidad adimensionalizada de avance de la interfase y  $u_*$  la velocidad de fricción, definida a través de la cizalla impuesta en el experimento ( $\tau = \rho u_*^2$ ).

Experimentos semejantes, con producción de turbulencia por cizalla media, los realizaron también Moore y Long (1971) produciendo un flujo turbulento estratificado en un tanque cíclico, inyectando y sacando fluido a través del suelo y de la parte superior. Ellos observaron cómo se formaban dos capas homogéneas separadas por una fina interfase. Realizaron medidas detalladas de perfiles de densidad que indicaban que el número de Richardson del gradiente a través de la interfase era del orden de 1. La interpretación de sus experimentos fue similar a la de los descritos anteriormente. Recientemente, Fernando (1991) ha llevado a cabo un estudio experimental acerca de las características de la turbulencia en la capa de mezcla y de la naturaleza de una interfase de densidad con cizalla en un sistema de dos fluidos con la capa superior móvil y la inferior en reposo. El experimento lo realizó con un tanque de agua recirculante.

#### I.2.1. COMPARACION DE VARIOS METODOS DE MEZCLA.

Parece útil comparar los diferentes mecanismos productores de turbulencia, que son responsables de la mezcla de interfases de densidad (corrientes de fondo, jets, rejillas oscilantes, cizalla superficial). Hay incertidumbres en las comparaciones absolutas, debido a la variedad de escalas (tanto de longitud como de velocidad), y es difícil decir si un determinado nivel de turbulencia es más efectivo en un flujo con cizalla media o en uno producido por rejilla oscilante sin flujo medio. Eventualmente, hay que decidir como relacionar parámetros (la velocidad de fricción, la velocidad media y la velocidad turbulenta, así como los momentos de la distribución de las velocidades) para diferentes problemas, pero dado que las escalas con las que se trabaja son concretas para ese tipo de experimento, es mucho más importante fijarse, por ejemplo, en las pendientes de las curvas que relacionan los parámetros que estamos estudiando ( $Ri$ ,  $E = V_e/u'$ , etc), ya que la elección de las escalas suele afectar a la magnitud concreta pero no a las pendientes de las relaciones.

### I.3. MEZCLA EN EL OCEANO.

Cada vez se le da más importancia a los estudios del comportamiento de la mezcla turbulenta en las capas más superficiales del océano, ya que se ha visto la trascendencia que tienen los intercambios Océano-Atmósfera. Modelar las corrientes oceánicas a gran escala requiere un conocimiento de la mezcla vertical entre capas de diferentes características. Asimismo, las propiedades del agua del mar se ven modificadas e influenciadas por los procesos de mezcla oceánica y van a incidir de manera fundamental desde el punto de vista biológico (afloramiento de plancton, bancos de peces). La influencia de la mezcla turbulenta en el transporte de plancton ha sido estudiada recientemente por Wasburn et al. (1991) y por Pelegri y Csanady (1991). New y Pingree (1990), a través de un modelo numérico, han estudiado la abundancia de plancton en la Bahía de Biscay. La mezcla producida por las mareas primaverales cerca de la superficie parece ser la responsable.

La estructura de las aguas superficiales marinas, lejos de ser uniforme, encierra una compleja y variada microestructura (Stommel y Fedorov, 1967). De los perfiles de salinidad obtenidos en algunas campañas de exploración de las aguas superficiales, se puede observar que estos perfiles no son nada suaves y que presentan una estructura escalonada con distintas capas, apreciándose saltos abruptos de temperatura y densidad en algunas zonas.

Los procesos turbulentos en el océano tienen algunas peculiaridades dignas de mención, como la de no ser totalmente turbulentos, en gran parte debido a que la turbulencia interna que en él se produce es muy intermitente (se habla de turbulencia interna o externa dependiendo de la proximidad entre la generación de turbulencia y la mezcla que ocasiona -Turner, 1973-). La intermitencia de la turbulencia interna es consecuencia de que en

el océano se suele mantener un gradiente de densidad estable con bastante frecuencia, lo que daría lugar a poca mezcla de este origen. Esta intermitencia en la mezcla oceánica ha sido estudiada por Gibson (1991), resultando de sus estudios que los ritmos de mezcla en la termoclina son aproximadamente log-normales, aumentando con la profundidad al mismo tiempo que también aumenta el coeficiente de difusividad vertical ( $K_z$ ), pasando de 0.2 a 1.6  $\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$ .

La Capa Superficial Oceánica tiene un ciclo anual con cambios definidos (fig 1.3). Al principio del otoño suele tener una distribución de densidad moderadamente estable, limitada en su parte superior por una fina capa de mezcla producida por la acción del viento diario. Pasado la mitad del otoño y durante el invierno, se produce un enfriamiento de la superficie dando lugar a una inestabilidad convectiva que va erosionando la estratificación estable que se ha ido formando durante el verano. Al contrario que la formación de la termoclina diurna, este fenómeno de erosión se realiza de manera lenta, pero continua, a lo largo del periodo invernal (Rudels, 1990; 1991). Se forma una capa de mezcla que va penetrando en el fluido establemente estratificado que hay por debajo y entrañando nuevo fluido en el proceso convectivo. El límite inferior está marcado por un cambio de densidad que puede suponerse, aproximadamente, como discontinuo. Mientras tiene lugar este proceso de profundización de la capa de mezcla, el salto de densidad llamado termoclina estacional es más fuerte. La profundidad a la que se encuentra la termoclina varía entre los 200 y 1000 metros en latitudes medias. La agitación del viento en superficie puede jugar un papel importante al principio, pero rápidamente es la convección la que domina el proceso, siendo la inestabilidad térmica por sí misma la que proporciona la energía cinética requerida para el proceso de mezcla descrito (Cushman-Roisin, 1982). Además de los procesos señalados, hay otros fenómenos que pueden influir de un modo importante en el espesor de la capa de mezcla, tales como las fuertes precipitaciones que tienen lugar en la zona oeste del



Pacífico Ecuatorial (Lukas y Lindstrom, 1991), o condiciones de mal tiempo muy acentuadas como las observadas en el Mar de Creta, donde la capa de mezcla llega hasta los 700 metros (Zodiatis, 1991).

Otras técnicas de estudio de la termoclina y la capa de mezcla, además de las observaciones y medidas directas, son los modelos numéricos (Rui, 1990) y el seguimiento de trazadores, que se sitúan en el océano y se investiga su dispersión y evolución (Ledwell y Watson, 1991).

Entre los fenómenos que producen mezcla en el océano, se pueden destacar los siguientes:

a) La cizalla o gradiente vertical de velocidad actuando sobre una región estratificada del océano, y que da lugar a ondas de Kelvin-Helmholtz.

b) Fenómenos de doble difusión producidos por los distintos valores de los coeficientes de difusión térmica y de salinidad.

c) Los movimientos que producen las mareas, que son especialmente importantes en los mecanismos de los procesos de mezcla entre las interfases de agua dulce y agua salada que tienen lugar en los estuarios y en la desembocadura de los ríos.

d) La topografía del suelo oceánico y la estructura de las paredes laterales en las costas.

e) La existencia de olas, vientos o cambios de temperatura inciden en agitar la superficie del océano y en producir mezcla.

Una de las complejidades existentes en el estudio de la mezcla oceánica reside en identificar los diversos procesos de

mezcla individuales (Gregg, 1987). Como consecuencia de los diversos procesos de mezcla generados en la capa superficial oceánica, la forma de la termoclina va evolucionando. Welander (1971), a través de consideraciones energéticas, realizó estimaciones de la forma de la termoclina.

## APENDICE A

## FIGURAS DEL CAPITULO I

Fig 1.1: Esquema de la termoclina oceánica para latitudes bajas y medias.

Fig 1.2: Evolución de la velocidad de entrañamiento normalizada con el número de Richardson.

Fig 1.3: Evolución de la termoclina a lo largo del año.

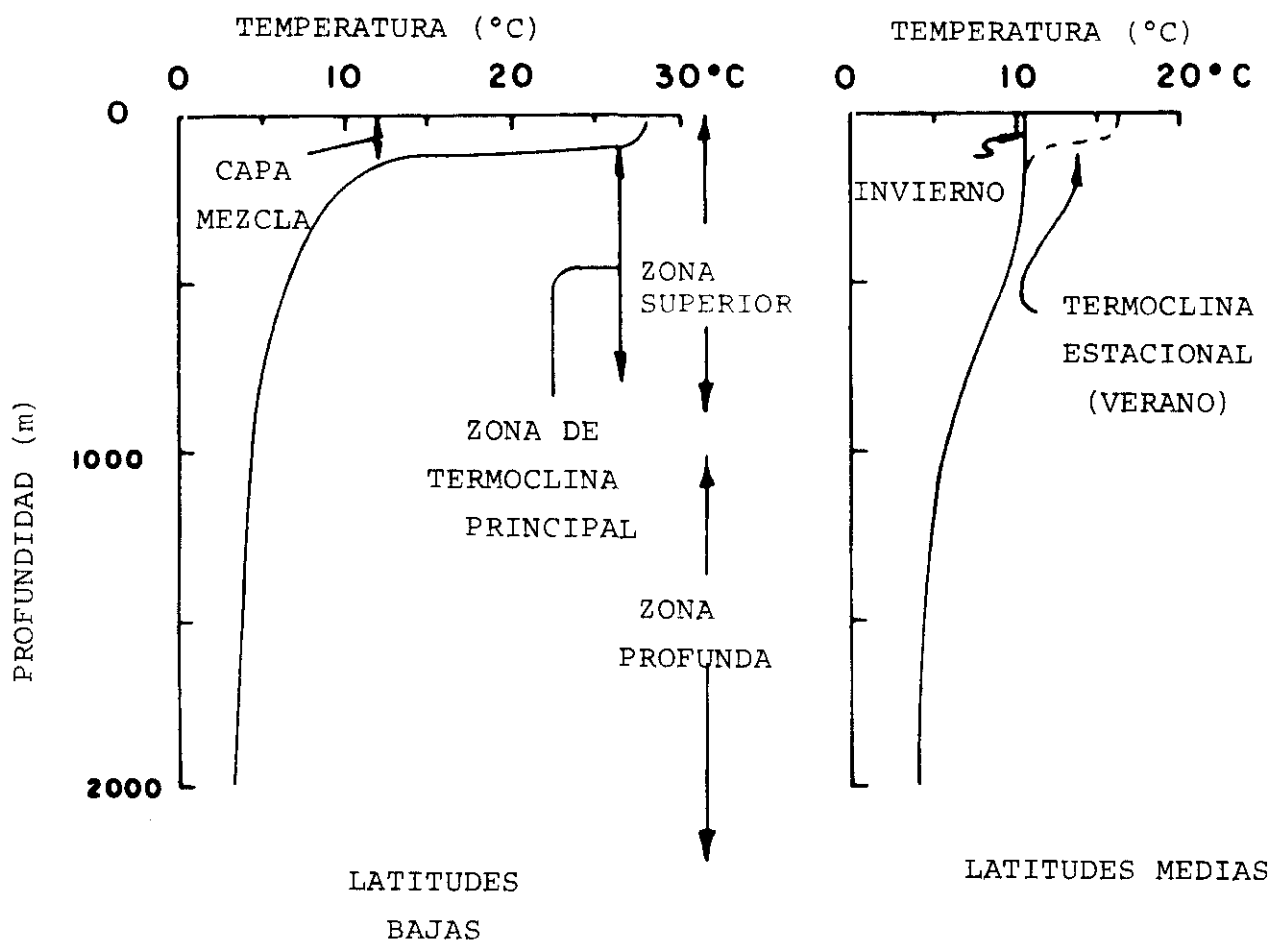


FIG. 1.1

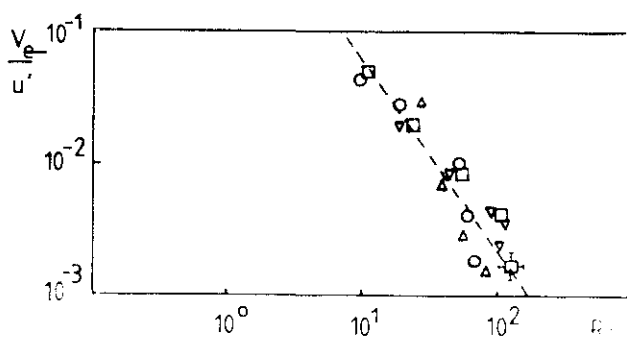


FIG. 1.2

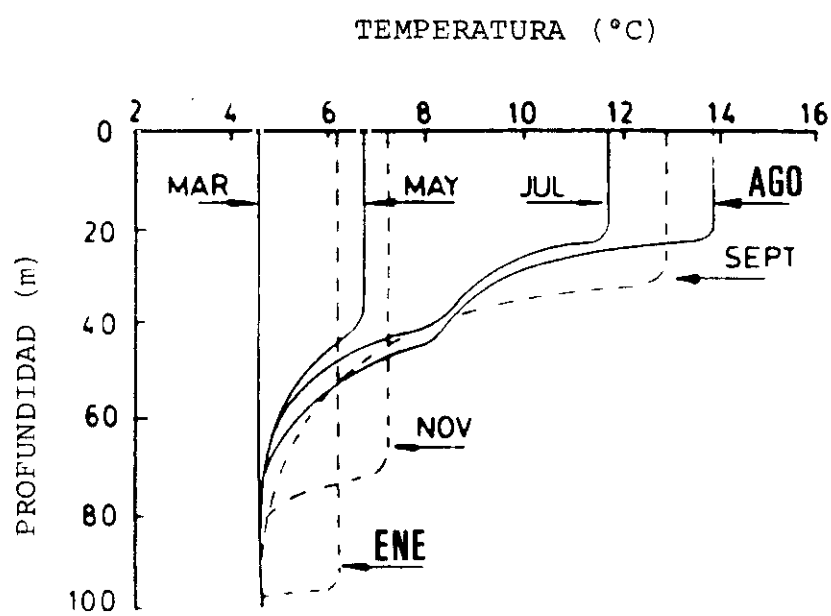


FIG. 1.3

## CAPITULO II: TURBULENCIA EN LA ATMOSFERA

La turbulencia es un fenómeno que aparece en muy diversos campos del estudio de los fluidos. El porqué un fluido pasa en un determinado momento de comportarse de una manera ordenada, con unas líneas de corriente bien definidas (flujo laminar) a ser un fluido con movimientos desordenados, aleatorios e incluso caóticos, es algo que aún está lejos de ser dominado y sobre lo que hay numerosas dudas. Sin embargo, parece que pueden distinguirse varias etapas en la transición de un flujo laminar a uno turbulento:

Una primera etapa sería el desarrollo de inestabilidades primarias, que en algunos casos simples serían 2-D(bidimensional). Estas inestabilidades primarias producen movimientos secundarios, que suelen ser 3-D (tridimensionales) y son inestables por sí mismos, dando lugar a nuevas inestabilidades. Posteriormente se produce la amplificación de ondas 3-D, el desarrollo de capas de intensa cizalla y se generan fluctuaciones de alta frecuencia. En la etapa final aparecen zonas turbulentas, más o menos aleatorias en el tiempo y en el espacio, que crecen rápidamente y se mezclan unas con otras formando una región de turbulencia bien desarrollada. Estas etapas no siempre aparecen de modo definido. En la atmósfera, la turbulencia se produce fundamentalmente en sus capas más bajas y tiene gran importancia en el estudio de la capa límite y de la capa superficial atmosférica.

Los fenómenos de transición de flujo laminar a flujo turbulento suelen ser frecuentes en la parte superior de la capa límite nocturna en el transcurso de la noche, y por esta razón, los especialistas en micrometeorología tienen un profundo interés en el conocimiento de estos complejos fenómenos.

## II.1. EVOLUCION HISTORICA.

Los conceptos de turbulencia y capa límite tuvieron su origen en estudios de mecánica de fluidos. Los flujos turbulentos se investigaron por primera vez a finales del siglo XIX por Osborne Reynolds, quien intentó reducir el problema de solucionar las ecuaciones de Navier-Stokes para variables aleatorias o instantáneas a la tarea más sencilla de encontrar las cantidades medias.

A principios del siglo XX, Prandtl (1905) empezó a investigar las capas límites. Este investigador probó que el flujo alrededor de un cuerpo sólido se puede dividir en dos regiones: una capa fina en las proximidades del cuerpo (capa límite), donde la viscosidad juega un papel principal, y el resto de la región, donde se puede desprestigiar la fricción. La primera aplicación geofísica de la teoría de la capa límite se debe a W.V. Ekman, quien en 1905 presentó su solución de las ecuaciones del movimiento simplificadas, conocida como la espiral de Ekman, describiendo un flujo en el océano.

La teoría de la capa límite atmosférica ha evolucionado según dos líneas de trabajo: la primera destinada a estudios de turbulencia a pequeña escala (en detalle), y la segunda dirigida a la investigación de las propiedades medias de los flujos turbulentos.

Entre los trabajos teóricos y numéricos se pueden citar la teoría K (o modelos de cierre de primer orden) en los años 50 y 60, la teoría de semejanza de Monin-Obukhov (1954) y la teoría de semejanza del número de Rossby en los años 60. Para describir algunos aspectos de la capa límite, la teoría K fallaba y en los años 70 se desarrollaron teorías de cierre de orden superior. Al mismo tiempo, experimentos numéricos con modelos que simulaban grandes remolinos fueron realizados de manera pionera por Deardorff (1972a y b). Otras vías de investigación en turbulencia



se basan en teorías de atractores extraños y en la teoría de fractales. Además de los avances teóricos, desde principios de los años 50, se avanzó considerablemente en técnicas de sondeo de variables meteorológicas. El anemómetro sónico da medidas muy precisas y de respuesta rápida del campo de velocidad tridimensional, siendo un elemento fundamental para el estudio de la turbulencia en la capa superficial. Medidas de las componentes de la velocidad del viento y de la temperatura a una escala detallada se han podido realizar gracias a sensores de hilo caliente e hilo frío (Cano y Maqueda, 1982; Cano et al., 1987). Estos y otros nuevos dispositivos de medida con sensores remotos como radar, lidar y sodar, han proporcionado una gran base de datos sobre la estructura de la capa límite atmosférica. Así, en los años 50, 60 y 70 se han llevado a efecto numerosos estudios experimentales, como el experimento de Wangara en 1967, el de Kansas en 1968 o el de Minnesota en 1973. Los últimos avances en el estudio de la capa límite atmosférica (ABL) están resumidos en monografías sobre el tema (Panofsky y Dutton, 1984; Stull, 1988; Sorbjan, 1989).

## II.2. CARACTERISTICAS GENERALES DE LA TURBULENCIA ATMOSFERICA.

La turbulencia atmosférica en la ABL y en la capa superficial tiene dos orígenes fundamentales, uno térmico y otro mecánico. La turbulencia térmica está producida por el calentamiento de las capas de aire más cercanas al suelo. Al calentarse, se hacen más ligeras y tienden a ascender, produciendo en su ascenso mezcla y turbulencia. La turbulencia mecánica está producida fundamentalmente por el roce del aire con la superficie terrestre, originándose un gradiente vertical de la velocidad del viento (cizalla) que da lugar a intercambios entre capas contiguas de diferente velocidad. Como veremos más adelante, la turbulencia mecánica suele predominar sobre la térmica en las capas inferiores mientras que sucede lo contrario en la parte alta de la capa

límite atmosférica. Por otro lado, también es de fundamental incidencia si es de día o de noche. Por el día, debido al calentamiento del suelo, la turbulencia térmica será la predominante, mientras que por la noche o en situaciones de noche permanente y ausencia de acción solar, como sucede en el invierno polar (datos del invierno antártico serán utilizados en esta memoria), normalmente la cizalla del viento será la única productora de turbulencia.

La turbulencia como tal es un fenómeno difícil de definir, aunque con unas características propias que la hacen ser un fenómeno diferenciado. Entre estas características podríamos destacar:

a) Su irregularidad o aleatoriedad. El movimiento turbulento es bastante impredecible. Para unas mismas condiciones atmosféricas iniciales, el posterior desarrollo y evolución del flujo turbulento puede ser muy diferente. Como además es muy sensible tanto a las condiciones iniciales como límites, esto hace que a veces nosotros no seamos capaces de diferenciar unas condiciones de otras más allá de un cierto nivel de detalle. Debido a todo ello, es bastante práctica una descripción estadística de la turbulencia.

b) Rotacional y tridimensional. Salvo la llamada turbulencia geostrófica o bidimensional, en la que se incluyen los movimientos atmosféricos a gran escala, el campo de velocidad en el flujo turbulento atmosférico es tridimensional, además de muy variable en el tiempo y el espacio. Asimismo el flujo es muy rotacional y el campo de vorticidad es también tridimensional.

c) Difusiva. La gran difusividad es probablemente la propiedad más importante de los flujos turbulentos en la atmósfera. Esto proporciona una gran facilidad para mezclar distintas propiedades. Esta característica es la responsable de la difusión eficiente de momento, calor, masa, vapor de agua,

contaminantes, etc. Una parte importante de esta memoria será el cálculo de los coeficientes de intercambio turbulento para algunas de estas propiedades, viendo su comportamiento para situaciones estables. Creemos que a través de un buen conocimiento de estos coeficientes se puede llegar a un mejor entendimiento de la difusión y mezcla en la atmósfera. Un punto a aclarar aquí es una distinción entre la difusividad molecular y la turbulenta. Mientras que la primera es una propiedad del fluido, la segunda es una propiedad del flujo.

d) Disipativa. La energía cinética del movimiento turbulento se está disipando de manera continua por viscosidad, convirtiéndose en energía interna o en calor. Esto implica que para que el flujo turbulento se mantenga, hay que estar suministrando de alguna manera energía continuamente (ya sea de origen térmico o mecánico), y si no es así, la turbulencia puede decaer rápidamente.

e) Multiplicidad de escalas. La mayoría de los flujos turbulentos, dependiendo del número de Reynolds, están caracterizados por un amplio rango de escalas o torbellinos ("eddy" en la literatura inglesa). Estos torbellinos o remolinos son estructuras del flujo claramente definidas, que se pueden aislar y seguir con el fin de estudiar su comportamiento. La transferencia de energía desde el flujo medio a la turbulencia tiene lugar en los grandes torbellinos, mientras que, para los remolinos pequeños, la disipación viscosa de energía turbulenta sucede en las escalas finales. Esto implica que hay una transferencia continua de energía desde las escalas más grandes a las más pequeñas. Es un proceso en cascada fuertemente no lineal y que no está bien entendido del todo.

### II.3. ECUACIONES EN UN FLUJO TURBULENTO.

Las expresiones matemáticas que representan la conservación de la masa, el momento y el calor en un volumen elemental de

fluido, vienen dadas por la ecuación de continuidad, las ecuaciones del movimiento y la ecuación de la energía termodinámica, respectivamente. Estas ecuaciones se pueden aplicar tanto a flujos laminares como a turbulentos, pero el problema para estos últimos es que tanto las variables que intervienen como sus derivadas espaciales y temporales son muy irregulares, además de variar muy rápidamente en el tiempo y en el espacio. Esto da lugar a que todos los términos en las ecuaciones sean significativos en un flujo turbulento, y que salvo las aproximaciones de Boussinesq no se puedan realizar inicialmente otras simplificaciones.

La aproximación de Boussinesq consiste en descomponer la presión, la temperatura y la densidad en dos componentes, una de referencia o sinóptica (que vamos a denotar con subíndice 0) y otra mesoscálica o valor que se separa del valor de referencia (que distinguiremos con el subíndice 1). En aquellos términos que no vayan unidos a la gravedad se puede despreciar la componente variable frente a la sinóptica, por ser aquella mucho más pequeña. La representación matemática de la aproximación de Boussinesq es la siguiente:

$$p = p_0 + p_1 \quad (2.1)$$

$$T = T_0 + T_1 \quad (2.2)$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 \quad (2.3)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g \approx \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_1}{\partial z} + \frac{g}{\rho_0} \rho_1 \quad (2.4)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g \approx \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_1}{\partial z} - \frac{g}{T_0} T_1 \quad (2.5)$$

Donde  $p$  representa la variable presión,  $T$  la temperatura,  $\rho$

la densidad y  $g$  la gravedad. Normalmente es (2.5) la ecuación que se introduce en la componente vertical de la ecuación del movimiento, además de una aproximación semejante en las componentes  $x$  e  $y$ .

Las ecuaciones instantáneas con la aproximación de Boussinesq para un flujo turbulento, incompresible y estratificado en un marco de referencia cartesiano, que rota unido a la superficie de la Tierra son las siguientes (Arya, 1988):

(2.6) Ecuación de Continuidad

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

(2.7) Ecuaciones de Navier-Stokes

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = fv - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_1}{\partial x} + \nu \nabla^2 u$$

(2.8)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -fu - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_1}{\partial y} + \nu \nabla^2 v$$

(2.9)

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{g}{T_0} T_1 - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_1}{\partial z} + \nu \nabla^2 w$$

(2.10) Ecuación del Calor

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \alpha_h \nabla^2 \theta$$

En estas ecuaciones, las variables  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $\theta$  (temperatura

potencial que se define en función de la presión y temperatura como  $\theta = (1000/p)^{0.286}$ ),  $p_1$  y  $\rho_1$  representan las variables instantáneas, que en teoría o notación de perturbaciones se descomponen como suma de una parte media (representada por una barra sobre la variable,  $\bar{u}$ ) y otra fluctuante (representada por una comilla,  $u'$ ), que es la que da manifestación de la turbulencia;  $\nu$ ,  $\alpha_h$  y  $f$  son la viscosidad cinemática, la difusividad de calor y el parámetro de coriolis, respectivamente.

Este sistema de ecuaciones (de la 2.6 a la 2.10) no tiene una solución general por medios puramente analíticos, por lo que se trata de estudiar diversos métodos para intentar encontrar soluciones alternativas. Una primera aproximación sería tratar de resolver las ecuaciones por métodos de integración numérica en grandes ordenadores. Este método no es factible actualmente para flujos turbulentos atmosféricos. El problema principal reside en el número tan alto de puntos en la malla donde tenemos que hacer los cálculos que se necesitan para poder resolver todos los remolinos turbulentos. Ni siquiera en los ordenadores más modernos y avanzados es factible esta simulación total del flujo turbulento. Un método más realista, y que se usa con frecuencia en meteorología, es la simulación numérica, pero sólo para escalas de movimiento dentro de un cierto rango. El origen de esta técnica está en modelos globales de predicción del tiempo y en modelos de circulación general. Las primeras simulaciones de remolinos grandes ("Large- Eddy Simulations" o LES en la literatura inglesa) en la capa límite atmosférica se deben fundamentalmente a Deardorff (1970, 1973). Estos modelos realizan una integración numérica directa de las ecuaciones que gobiernan el flujo atmosférico. En cualquier integración numérica, los remolinos de tamaño más pequeño que dos intervalos de la malla nunca se pueden resolver, pero como estos remolinos pequeños tienen gran importancia, hay que filtrar las ecuaciones principales antes de proceder a la integración numérica. Esto se puede llevar a cabo aplicando el promedio de Reynolds en volumen, como veremos a continuación.

En LES las estructuras grandes del flujo se calculan explícitamente a partir de las ecuaciones promediadas, mientras que las estructuras pequeñas (de escala inferior a la malla) se modelan.

Pese a las simplificaciones hechas con LES, al ser los cálculos 3-D y dependientes del tiempo, el gasto de ordenador es grande (Wynwaard, 1984).

Se han obtenido buenos resultados para simulaciones de la capa límite inestable y neutra, pero no tanto en la capa límite nocturna, que suele ser predominantemente estable. Por ello, creemos que parte del trabajo desarrollado en esta memoria, por tratarse de turbulencia en capa límite estable, puede ayudar a una mejor parametrización de fenómenos no incluidos en estas simulaciones.

Una vez puesta de manifiesto la complejidad del sistema de ecuaciones que describen un flujo turbulento, una primera modelización de los movimientos turbulentos consiste en separar las variables instantáneas (turbulentas) en dos partes, una componente media y otra perturbada o fluctuante:

$$s = \bar{s} + s' \quad (2.11)$$

donde  $s$  representa la variable instantánea (velocidad, temperatura, presión, etc),  $\bar{s}$  el valor medio y  $s'$  el valor perturbado. El flujo turbulento está descrito por un flujo medio más una perturbación que se separa de este flujo medio. Para calcular las ecuaciones del movimiento medio, se introduce la descomposición (2.11) para todas las variables que intervienen en el sistema formado por las ecuaciones (2.6) a (2.10) y se promedian teniendo en cuenta las siguientes reglas:

$$\overline{s + h} = \overline{s} + \overline{h} \quad (2.12a) \quad \overline{cs} = c\overline{s} \quad (2.12b)$$

$$\overline{s'} = 0 \quad (2.12c) \quad \frac{\overline{\partial s}}{\partial x} = \frac{\partial \overline{s}}{\partial x} \quad (2.12d)$$

$$\overline{\overline{f}} = \overline{f} \quad (2.12e) \quad \overline{\overline{sh}} = \overline{sh} \quad (2.12f)$$

donde  $s$ ,  $h$  y  $f$  son variables instantáneas cualesquiera,  $c$  es una constante y  $x$  una variable que puede representar una componente espacial o temporal. Estas reglas son únicamente ciertas para promedios de conjunto o ensamblados. Este promedio, que se usa teóricamente pero rara vez en la práctica, es una media aritmética de un número muy grande (tendiendo a  $\infty$ ) de realizaciones de una variable, o función de variables, que se obtienen repitiendo un experimento una y otra vez bajo las mismas condiciones generales. En la práctica se usan más los promedios temporales y espaciales. La condición necesaria y suficiente (hipótesis ergódica) para que la media temporal y ensamblada coincidan es que el flujo sea estacionario (los promedios son independientes del tiempo), y que el tiempo sobre el que se promedia sea muy largo (Monin y Yaglom, 1971). Análogamente, la condición para que la media espacial y ensamblada coincidan es que el flujo sea homogéneo (independencia de las medias espaciales en una o más direcciones) y que las longitudes, áreas o volúmenes sobre los que se promedian sean grandes:

$$\overline{f} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{L} \int_0^L f(l) dl = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f(n) \quad (2.12g)$$

Estas condiciones son difíciles de satisfacer estrictamente en la atmósfera, especialmente la de homogeneidad, por lo que la igualdad de medias es una aproximación.

Sustituyendo y promediando, las ecuaciones promediadas de Reynolds para la conservación de la masa, el momento y el calor quedarían:



$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} &= f\bar{v} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}_1}{\partial x} + \nu \nabla^2 \bar{u} \\ &- \left( \frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} &= -f\bar{u} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}_1}{\partial y} + \nu \nabla^2 \bar{v} \\ &- \left( \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} &= \frac{g}{T_0} \bar{T}_1 - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}_1}{\partial z} + \nu \nabla^2 \bar{w} \\ &- \left( \frac{\partial \overline{w'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{w'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'w'}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} &= \alpha_h \nabla^2 \bar{\theta} \\ &- \left( \frac{\partial \overline{u'\theta'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'\theta'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{\theta'w'}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Si comparamos estas ecuaciones con las correspondientes instantáneas (2.6) a (2.10), se observa que la mayoría de los términos son similares, pero en estas últimas aparece un término añadido al final que corresponde al transporte turbulento. No obstante, hay varias diferencias fundamentales entre las ecuaciones instantáneas y las del flujo medio. En las primeras, las variables que intervienen varían de un modo rápido e irregular tanto en el tiempo como en el espacio. Por el contrario, en las ecuaciones promediadas de Reynolds, las variables medias tienen en comparación un buen comportamiento, y su variación es mucho más lenta y suave. Otra diferencia importante es que en las ecuaciones instantáneas todos los términos son importantes, y parece difícil hacer simplificaciones, mientras que en las ecuaciones del flujo medio se pueden simplificar bastante, despreciando los términos de difusión molecular fuera de la subcapa viscosa, y también se pueden despreciar otros términos haciendo algunas aproximaciones en la capa límite, y considerando estacionariedad y homogeneidad horizontal en aquellos casos en que se den estas circunstancias.

En los términos de divergencia de flujos turbulentos, que surgen en las ecuaciones promediadas, aparecen varianzas y covarianzas desconocidas. En definitiva, en el sistema de ecuaciones (2.13) a (2.17) se tienen más incógnitas que ecuaciones, con lo cual este sistema se dice que no está cerrado. Este problema, llamado de cierre, ha sido uno de los grandes escollos para desarrollar una teoría general y rigurosa de la turbulencia. La solución de este problema de cierre de las ecuaciones no es sencilla y se ha intentado resolver por medio de algunos modelos y teorías semiempíricas, aunque ninguno se ha manifestado como ideal y sin restricciones.

### II.3.1. TEORIAS SEMIEMPIRICAS DE LA TURBULENCIA.

Para poder cerrar las ecuaciones, ya sea la totalidad de ellas o para casos en los que el flujo se pueda tratar con ciertas simplificaciones, las varianzas y covarianzas que aparecen en las ecuaciones ( $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{u'v'}$ , etc) han de evaluarse de algún modo. Una solución es ponerlas en función de otras variables. Otra posible solución sería el desarrollar ecuaciones adicionales, como veremos más adelante. El inconveniente en este segundo caso es que el problema de cierre de las ecuaciones se desplaza a niveles superiores, originándose los llamados esquemas de cierre de orden superior. Algunos de estos esquemas complejos son bastante recientes; sin embargo, no se ha observado del todo que la introducción de una complejidad mayor haya dado resultados mucho más precisos, teniendo también sus propios problemas y limitaciones.

El establecimiento de una analogía entre la transferencia molecular y la transferencia turbulenta es una de las aproximaciones más usadas para intentar resolver este problema. Como consecuencia de esta analogía, se establece una relación entre los diversos flujos turbulentos (momento, calor, vapor de agua), y los gradientes de variables medias (velocidad, temperatura, humedad). Por esta razón, a estas teorías se las conoce con el nombre de teorías del gradiente. Para el desarrollo de estas relaciones se han usado diversas hipótesis, siendo una de las más utilizadas la hipótesis de las difusividades turbulentas.

#### II.3.1.1 Hipótesis de las difusividades turbulentas.

De observaciones procedentes de laboratorio y a través de experiencias con fluidos, Newton enunció una ley que relacionaba la tensión de cizalla (o fuerza de resistencia por unidad de área) con el gradiente vertical de la velocidad del fluido (cizalla):

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2.18)$$

El factor de proporcionalidad ( $\mu$ ) es la viscosidad dinámica del fluido, y está relacionada con la viscosidad cinemática ( $\nu$ ) por medio de la densidad ( $\nu = \mu/\rho$ ). La viscosidad es la responsable de la resistencia debido a la fricción entre las capas de fluido adyacentes.

En clara analogía con la ley (2.18) propuesta por Newton, J. Boussinesq en 1877 propuso que la tensión de cizalla turbulenta en la dirección del flujo se podía expresar como:

$$\tau = \rho K_m \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \quad (2.19)$$

en donde  $K_m$  es el coeficiente de intercambio turbulento de momento, o también llamado viscosidad turbulenta, y que juega el papel que en la ecuación de Newton jugaba la viscosidad cinemática molecular ( $\nu$ ). La ecuación (2.19) se puede generalizar a otras componentes  $\bar{v}$ ,  $\bar{w}$ , y con respecto a otras direcciones. Tanto  $\nu$  como  $K_m$  tienen las mismas unidades ( $L^2 T^{-1}$ ).

Según la ecuación que relaciona a la tensión turbulenta y la covarianza:

$$\tau = -\rho \overline{u'w'} \quad (2.20)$$

e igualando (2.19) y (2.20) se llega a la relación entre el flujo turbulento y el gradiente vertical de velocidad:

$$\overline{u'w'} = -K_m \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \quad (2.21)$$

Por medio de esta relación, podemos estimar el valor de la

tensión turbulenta o flujo turbulento de momento ( $\tau$ ) (o tensor de Reynolds, si generalizamos a otras direcciones), siempre que conozcamos la cizalla vertical del viento y el coeficiente de viscosidad turbulento ( $K_m$ ). Las unidades de  $\tau$  son  $ML^{-1}T^{-2}$ , que representa un momento por unidad de superficie y de tiempo. Otra posibilidad, como veremos en esta memoria en el capítulo V, es estimar  $K_m$  a través del conocimiento de la cizalla vertical y de  $\overline{u'w'}$  por medio de medidas procedentes de anemómetros sónicos.

Fórmulas semejantes a (2.21) se han propuesto para los flujos turbulentos de calor, vapor de agua, contaminantes, vorticidad, etc, y que son análogas a las leyes de Fick y de Fourier para la difusión molecular de masa y calor (Kay y Nedderman, 1985). Las más usadas en micrometeorología son las relaciones para el flujo vertical de calor ( $\theta$ ) y de vapor de agua ( $q$ ):

$$\overline{\theta'w'} = -K_h \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \quad (2.22a)$$

$$\overline{q'w'} = -K_w \frac{\partial \bar{Q}}{\partial z} \quad (2.22b)$$

donde  $K_h$  y  $K_w$  son las difusividades turbulentas de calor y vapor de agua respectivamente, y  $\bar{Q}$  y  $q'$  las componentes media y perturbada de la humedad específica.

Es importante señalar que estas relaciones no son el resultado de ninguna ley física, como sucede con las relaciones existentes para los transportes moleculares (que además de ser leyes experimentales basadas en observaciones y medidas, también se pueden deducir para el caso de un gas usando los conceptos de la teoría cinética de los gases). Las relaciones (2.21), (2.22a) y (2.22b) están basadas únicamente en la analogía o semejanza entre la transferencia molecular y la transferencia turbulenta.

Bajo circunstancias normales, es de esperar que el flujo de calor se dirija de las regiones más cálidas a las más frías, aproximadamente de manera proporcional al gradiente de temperatura. Es de suponer que suceda, de modo parecido, con la transferencia de momento en relación al gradiente de velocidad.

Esta analogía que se establece entre la transferencia molecular y la turbulenta es únicamente cualitativa, ya que las difusividades turbulentas son normalmente varios órdenes de magnitud mayores que los correspondientes valores moleculares, dependiendo del número de Reynolds. Esto pone de manifiesto que la mezcla turbulenta predomina de manera clara sobre los intercambios de propiedades que se producen a nivel molecular. Otra característica distintiva importante es que las difusividades turbulentas, más que características del fluido, son características del flujo, pudiendo variar de manera importante de un flujo a otro, e incluso de una región a otra para el mismo fluido. Esto queda de manifiesto en el análisis obtenido a partir de los datos meteorológicos estudiados en esta memoria.

Esta formulación constituye una teoría semiempírica que está basada en una hipótesis y que está supeditada a comprobación experimental. Boussinesq propuso en principio que las difusividades turbulentas eran constantes para todo el flujo. Esta consideración es aceptable para capas de mezcla, fuera de cualquier zona límite, y se suele usar en meteorología una vez se ha alcanzado la atmósfera libre. Sin embargo, este resultado es incorrecto cuando se aplica a capas límite, especialmente en las zonas más cercanas a la superficie. Cuando la capa superficial tiene una estratificación neutral, el comportamiento de  $K$  es más sencillo de estudiar, pero si las condiciones son de estabilidad, a veces fuertes (inversiones térmicas), la complejidad en el comportamiento de las difusividades turbulentas aumenta.

Una limitación muy importante que tiene esta teoría (también llamada teoría  $K$  o de cierre de 1<sup>er</sup> orden) es en situaciones

meteorológicas en las que los flujos turbulentos no están relacionados con los gradientes locales. Esto puede suceder en condiciones convectivas importantes, donde el gradiente de temperatura potencial media tiene un valor próximo a cero. Esto da lugar a valores de  $K_h$  infinitos o incluso a veces negativos, lo que significaría que la teoría K no sería aplicable en estas condiciones. Se puede atribuir este fallo a la importancia de los momentos de 3<sup>er</sup> orden que pueden contribuir de un modo significativo a las tensiones de Reynolds y a los flujos en la ABL convectiva (Zeeman, 1981).

### II.3.2 TEORIA DE CIERRE DE ORDEN SUPERIOR.

Como hemos visto, las ecuaciones de Reynolds (2.13 a 2.17) describen la dinámica de los momentos de 1<sup>er</sup> orden (los valores medios) y aparecen en ellas los momentos de 2<sup>o</sup> orden (la divergencia de las covarianzas o términos turbulentos). Estos momentos de segundo orden, que no están definidos, se pueden obtener por medio de la teoría K o cierre de primer orden, previamente descrita; pero otra manera de actuar, es obteniendo un nuevo conjunto de ecuaciones para estos momentos de segundo orden.

Para ello, en primer lugar se deducen las ecuaciones para las fluctuaciones, restando a las ecuaciones primitivas (2.6 a 2.10) las ecuaciones de Reynolds (2.13 a 2.17) término a término.

En forma compacta y notación tensorial, las ecuaciones para las fluctuaciones son:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1'}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_1 u_\alpha'}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial u_1' \bar{u}_\alpha}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial u_1' u_\alpha'}{\partial x_\alpha} = f u_\alpha' \epsilon_{1\alpha 3} \\ + g \frac{\theta'}{\theta_0} \delta_{13} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x_1} + \nu \frac{\partial^2 u_1'}{\partial x_\alpha^2} + \frac{\partial \overline{u_1' u_\alpha'}}{\partial x_\alpha} \quad (2.23a) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial u'_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0 \quad (2.23b)$$

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} + \frac{\partial u'_\alpha \bar{\theta}}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial \bar{u}_\alpha \theta'}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial u'_\alpha \theta'}{\partial x_\alpha} = \kappa \frac{\partial^2 \theta'}{\partial x_\alpha^2}$$

$$- \frac{\partial \overline{u'_\alpha \theta'}}{\partial x_\alpha} \quad (2.23c)$$

donde  $i = 1, 2, 3$  para las distintas componentes  $x, y, z$ .  $\alpha$  indica índices sumados,  $\delta_{ij}$  es igual a 1 para  $i=j$ , y cero para  $i \neq j$ , y  $\epsilon_{ijk}$  la delta alternante que toma el valor igual a 1 para las combinaciones de subíndices 123, 312, 231, el valor -1 para las combinaciones 213, 321, 132, y cero cuando alguno de los subíndices se repiten.

Multiplicando la ecuación para  $u'_i$  por  $u'_j$  y la ecuación  $u'_j$  por  $u'_i$  y sumando los resultados después de promediar las ecuaciones, obtenemos:

$$\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial t} + \bar{u}_\alpha \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_\alpha} = (\overline{u'_j u'_\alpha} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_\alpha} + \overline{u'_i u'_\alpha} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_\alpha}) \quad (1) \quad (2)$$

$$- \frac{\partial \overline{u'_i u'_j u'_\alpha}}{\partial x_\alpha} - \frac{1}{\rho_0} \left( u'_i \frac{\partial \bar{p}'}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \bar{p}'}{\partial x_i} \right) \quad (3) \quad (4)$$

$$+ \frac{g}{\theta_0} (\overline{u'_i \theta'} \delta_{j3} + \overline{u'_j \theta'} \delta_{i3}) + \nu \left( u'_j \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_\alpha^2} + u'_i \frac{\partial^2 \bar{u}_j}{\partial x_\alpha^2} \right) \quad (5) \quad (6)$$

$$+ f \left( \overline{u'_j u'_\alpha} \epsilon_{i\alpha 3} + \overline{u'_i u'_\alpha} \epsilon_{j\alpha 3} \right) \quad (2.24)$$

(7)



En esta compleja ecuación, que describe la dinámica de los momentos de 2<sup>o</sup> orden, cada término tiene un significado físico concreto:

(1) Es la derivada total de la covarianza  $\overline{u_i' u_j'}$ , que describe los cambios temporales y advectivos.

(2) Representa la producción debida a la interacción del flujo medio con la turbulencia.

(3) Caracteriza el transporte turbulento debido a la divergencia de la covarianza.

(4) Describe la interacción entre la presión y las componentes de la velocidad del viento.

(5) Corresponde al término de empuje de Arquímedes.

(6) Representa a los términos debidos a la viscosidad.

(7) Es el efecto de Coriolis. Este término puede considerarse despreciable para flujos con escalas temporales menores que  $f^{-1}$ .

De un modo semejante, se obtiene la ecuación de la covarianza de la temperatura y la velocidad:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{u_i' \theta'}}{\partial t} + \bar{u}_\alpha \frac{\partial \overline{u_i' \theta'}}{\partial x_\alpha} = & - \left[ \overline{u_i' u_\alpha'} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_\alpha} + \overline{\theta' u_\alpha'} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_\alpha} \right] \\ & - \frac{\partial \overline{u_i' u_\alpha' \theta'}}{\partial x_\alpha} - \frac{1}{\rho_0} \overline{\theta' \frac{\partial p'}{\partial x_i}} + \frac{g}{\theta_0} \overline{\theta'^2} \delta_{i3} \\ & + \left[ \nu \overline{\theta' \frac{\partial^2 u_i'}{\partial x_\alpha^2}} + \kappa \overline{u_i' \frac{\partial^2 \theta'}{\partial x_\alpha^2}} \right] + f \overline{u_\alpha' \theta'} \epsilon_{i\alpha 3} \quad (2.25) \end{aligned}$$

la interpretación física de 2.25 es análoga a la hecha con 2.24.

Los modelos de cierre de segundo orden constan ,pues, de las ecuaciones del flujo medio (2.13 a 2.17) más las ecuaciones de los momentos de 2º orden (2.24 y 2.25). Las ecuaciones de los momentos de segundo orden se cierran en el nivel de los momentos de 3º orden. La elección correcta de las fórmulas de cierre y las consideraciones que simplifican el problema es una tarea difícil que requiere un profundo conocimiento de los procesos de capa límite, un acceso a datos adecuados para su comprobación y una gran experiencia. Hay numerosos modelos de cierre de segundo orden que se han usado hasta ahora (Mellor y Yamada, 1974; Yamada y Mellor, 1975; Wynwaard et al. , 1974; Wynwaard, 1975; André et al., 1978; Rao y Snodgrass, 1978), siendo los de Mellor y Yamada los más utilizados en aplicaciones meteorológicas.

Estos modelos se construyen para paliar los defectos de los cierres de primer orden o modelos K.

El problema de cierre se puede generalizar a usar un cierre de orden n que emplea ecuaciones para los momentos de orden n y todas las ecuaciones se cierran en el nivel de momentos n+1.

### II.3.3 MODELOS k-ε

Estos modelos son alternativos a los anteriores, y a través de dos ecuaciones semiempíricas, obtienen la escala de velocidad y de longitud del movimiento turbulento. La velocidad se deduce a partir de la ecuación k o E(energía cinética del movimiento turbulento), y la longitud a partir de la ecuación ε (disipación viscosa que está relacionada con la escala de longitud). Las dos ecuaciones semiempíricas (Rodi, 1980) son las siguientes:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_1 \frac{\partial k}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{\nu}{c_1} \frac{\partial k}{\partial x_1} \right) + \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_1} \right) \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_j} + \beta g_1 \kappa \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_1} - \epsilon \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \bar{u}_1 \frac{\partial \epsilon}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{\nu}{c_2} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_1} \right) + c_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} \left[ \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_1} \right) \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_j} + c_{\epsilon 3} \beta g_1 \kappa \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_1} \right] - c_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (2.27)$$

$\beta$  es el coeficiente de expansión volumétrica, y  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_{1\epsilon}$ ,  $c_{2\epsilon}$  y  $c_{3\epsilon}$  son constantes empíricas.

Cuando se quiere simular capas de cizalla es suficiente usar la ecuación  $k$  junto con las dos siguientes ecuaciones que se obtienen por consideraciones dimensionales:

$$\nu = a(k)^{1/2} \mathcal{L} \quad (2.28)$$

$$\epsilon = b \frac{k^{3/2}}{\mathcal{L}} \quad (2.29)$$

siendo  $a$  y  $b$  constantes, y  $\mathcal{L}$  la escala característica de longitud, que en el caso de usar sólo la ecuación  $k$  se determina empíricamente. Sin embargo, cuando se trabaja con flujos más complejos como problemas con estratificación, se utiliza la ecuación  $\epsilon$  para poder calcular  $\mathcal{L}$ , y la relación entre  $k$ ,  $\epsilon$  y  $\nu$  es la siguiente:

$$\nu = c' \frac{k^2}{\epsilon} \quad (2.30)$$

donde  $c'$  es una constante.

La limitación de estos modelos  $k-\epsilon$  está en el modo en que la estratificación puede afectar a las constantes que intervienen en las ecuaciones, dejando de ser tales constantes y convirtiéndose en funciones de la estratificación (Rodi, 1987).

#### II.3.4 TEORIA DE SEMEJANZA DE MONIN OBUKHOV.

La capa superficial atmosférica, debido al intercambio turbulento de calor entre la superficie y la atmósfera, está la mayor parte del tiempo estratificada termicamente, y la atmósfera en condiciones neutrales es una excepción. Por ello, es de gran importancia el encontrar un marco teórico o semiempírico que describa de una manera cuantitativa la estructura turbulenta de la capa superficial estratificada. La teoría de semejanza de Monin-Obukhov es de considerable utilidad para organizar y presentar datos micrometeorológicos, así como para extrapolar y predecir variables meteorológicas, en condiciones adecuadas, allí donde no se puedan llevar a efecto mediciones reales.

##### II.3.4.1 Análisis dimensional y Semejanza.

Aunque es bien conocido, creemos interesante mencionar en este apartado algunos conceptos básicos del análisis dimensional y de la semejanza.

En turbulencia, y en mecánica de fluidos en general, es muy útil expresar las variables con las que estamos trabajando en forma adimensional. El análisis dimensional es una técnica que se usa en física para establecer relaciones entre distintas cantidades de interés. Este análisis se basa en que si tenemos  $x_1, x_2, \dots, x_n$  cantidades físicas necesarias y suficientes para

describir un cierto problema físico, éstas estarán relacionadas por:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_r, x_{r+1}, \dots, x_n) = 0 \quad (2.31)$$

Algunas de estas cantidades físicas serán dimensionalmente dependientes de las otras. Supongamos que tenemos  $r$  variables básicas o independientes dimensionalmente y  $n-r$  dependientes. El teorema pi de Buckingham nos dice que la relación (2.31) es equivalente a una nueva formada por  $n-r$  grupos adimensionales independientes ( $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{n-r}$ ), constituidos a partir de las  $r$  variables básicas:

$$F(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{n-r}) = 0 \quad (2.32)$$

El análisis dimensional no da la forma de las nuevas funciones  $F$ . En la práctica, esto se hace a través de consideraciones teóricas u observaciones experimentales.

La formación de grupos o parámetros adimensionales tiene una especial importancia en cualquier análisis dimensional en el que el principal objetivo sea buscar relaciones entre varios parámetros adimensionales (como sucede en la teoría de semejanza de Monin-Obukhov). Hay varias razones para encontrar útil trabajar con grupos adimensionales en lugar de hacerlo con variables dimensionales. Una primera razón es que las expresiones matemáticas de las leyes físicas fundamentales son dimensionalmente homogéneas, y se deben escribir en forma adimensional simplemente normalizando las distintas cantidades que aparecen en las fórmulas con las escalas adecuadas. Por otro lado, las expresiones adimensionales, tanto en su forma matemática como gráfica, son independientes del sistema de unidades que se utilice y esto puede facilitar, por ejemplo, la comparación de diversos datos obtenidos por distintos investigadores en diferentes lugares y tiempos. Por último, una de las razones más importantes para trabajar con parámetros adimensionales es que, al

adimensionalizar, siempre se produce una simplificación en el estudio de un problema determinado, porque se reduce considerablemente el número de parámetros que forman parte de las relaciones funcionales que nos describen el problema. Por todas estas razones, los parámetros adimensionales siempre se utilizan tanto en los trabajos experimentales de laboratorio como en la descripción y parametrización de la turbulencia en la atmósfera. En posteriores apartados de esta memoria describiremos algunos en detalle como el número de Richardson ( $Ri$ ), número de Rayleigh ( $Ra$ ), número de Reynolds ( $Re$ ), eficiencia de mezcla ( $\eta$ ), etc.

La teoría de semejanza utiliza el formalismo matemático del análisis dimensional para establecer relaciones funcionales entre distintos grupos adimensionales. Para ello hay que conocer, o adivinar de algún modo, por medio de intuición física o a través de información experimental, las cantidades que son importantes para la correcta descripción del problema que queremos estudiar. La dificultad de aplicar bien la teoría reside fundamentalmente en la adecuada elección de las variables físicas fundamentales para cada caso, ya que si ignoramos alguna de estas variables fundamentales, las relaciones que obtendríamos podrían ser erróneas o sin mucho significado físico. Por otro lado, tampoco es conveniente incluir un número elevado de variables, ya que variables innecesarias o con poco peso específico en el problema lo que hacen es complicar el análisis y dificultar la obtención de las relaciones funcionales que buscamos. En la práctica, cuando el número de grupos adimensionales que se puede formar es más de dos o tres, es muy difícil encontrar experimentalmente las relaciones funcionales que existen entre ellos, por lo que a veces se suele dividir el dominio del fenómeno que se está estudiando en varios subdominios más pequeños, de manera que se puedan realizar hipótesis de semejanza más simples para cada subdominio concreto. Por ejemplo, en la atmósfera, la capa límite atmosférica se suele dividir en dos partes, la capa superficial y la capa exterior, para establecer el análisis dimensional y las consideraciones de

semejanza en cada capa. Incluso a veces, se consideran distintas hipótesis de semejanza para las distintas condiciones de estabilidad (estable, neutra, inestable). Esto da lugar a mejores resultados que el considerar una teoría de semejanza global para toda la capa límite atmosférica.

#### II.3.4.2. Hipótesis de semejanza de Monin-Obukhov.

La primera hipótesis básica de semejanza que propusieron Monin y Obukhov en 1954 fue que en una capa superficial horizontalmente homogénea, el flujo medio y las características turbulentas sólo dependen de 4 variables: la altura sobre la superficie  $z$ , la velocidad de fricción  $u_*$  (que está relacionada con la tensión turbulenta por  $\tau = \rho u_*^2$ ), el flujo de calor cinemático superficial  $H_0/\rho C_p$  y la variable de la fuerza de Arquímedes  $g/T_0$ . De la hipótesis de semejanza se extraen las siguientes implicaciones: El flujo es horizontalmente homogéneo y cuasi-estacionario; los flujos turbulentos de calor y momento son independientes de la altura; los intercambios moleculares son insignificantes comparados con los intercambios turbulentos; los efectos rotacionales se pueden ignorar en la capa superficial y la influencia de la rugosidad de la superficie; la altura de la capa límite y los vientos geostroáficos se tienen en cuenta a través de la velocidad de fricción (Arya, 1988).

Como las variables independientes en la hipótesis de semejanza son 4 y las dimensiones fundamentales 3 (longitud, tiempo y temperatura), sólo se puede formar un parámetro adimensional independiente. El parámetro propuesto por Monin y Obukhov fue la altura adimensionalizada o parámetro de estabilidad  $\zeta = z/L$  donde  $L$  viene definida por:

$$L = - \frac{u_*^3}{k (g/T_0)(H_0/\rho C_p)} \quad (2.33)$$

siedo  $k$  la constante de Von Karman de valor aproximado de 0.40.

L es una importante escala de longitud en turbulencia y se la conoce con el nombre de longitud de Obukhov, quien la introdujo como la altura característica de la subcapa de turbulencia dinámica. L depende fundamentalmente de los valores de  $u_*$  y de  $H_0$  ya que  $kg/T_0$  varía poco. Por lo que a magnitud se refiere,  $|L|$  representa el espesor de la capa de influencia dinámica en la cual los efectos de fricción o cizalla son siempre importantes. Para  $z \ll |L|$  los efectos de la fuerza de Arquímedes están bastante atenuados. Por otro lado, es en  $z \gg |L|$  donde los efectos de la fuerza de Arquímedes puede dominar a la turbulencia generada por cizalla. Por lo que a signo se refiere, L negativo implica inestabilidad de estratificación, mientras que L positivo sería estabilidad.

#### II.3.4.3. Las relaciones de semejanza de Monin-Obukhov.

Dos escalas de longitud, una de velocidad y otra de temperatura son las que se usan en la teoría de semejanza de Monin-Obukhov (M-O) para formar grupos adimensionales:

\*  $z$  y  $L$  escalas de longitud.

\*  $u_*$  escala de velocidad.

\*  $\theta_* = - \frac{H_0}{\rho C_p u_*}$  escala de temperatura.

La predicción de semejanza que hace la teoría de M-O es que cualquier cantidad del flujo medio o de turbulencia promediada en la capa superficial, cuando se normaliza por una combinación apropiada de las escalas arriba indicadas, debe ser una función únicamente de  $z/L$ , es decir de  $\zeta$ . Partiendo de esta consideración, se pueden formular diversas relaciones de semejanza para



cantidades en las que estemos interesados. Dos de estas cantidades, de gran interés en la capa superficial, son la cizalla del viento adimensional y el gradiente de temperatura adimensional, que se expresan normalmente como :

$$\phi_m(\zeta) = \left( \frac{k z}{u_*} \right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (2.34a)$$

$$\phi_h(\zeta) = \left( \frac{k z}{\theta_*} \right) \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \quad (2.34b)$$

Las funciones  $\phi_m(\zeta)$  y  $\phi_h(\zeta)$  son las llamadas funciones universales de semejanza básicas, y relacionan los flujos constantes en la capa superficial tanto de momento como de calor:

$$\tau = \tau_0 = \rho u_*^2 \quad (2.35a)$$

$$H = H_0 = -\rho C_p u_* \theta_* \quad (2.35b)$$

con los gradientes medios de velocidad y temperatura, respectivamente.

Combinando de manera adecuada las funciones universales con el parámetro básico de estabilidad en la teoría de M-O ( $\zeta$ ) y con el número de Richardson (otro parámetro importante indicador de la estabilidad en la atmósfera), obtenemos:

$$Ri = \zeta \frac{\phi_h}{\phi_m^2} \quad (2.36)$$

donde Ri viene definido por :

$$Ri = \frac{\frac{g}{\theta_0} \left( \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right)}{\left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2} \quad (2.37)$$

$\theta_0$  representa una temperatura de referencia que puede ser la temperatura junto al suelo, o la temperatura media de la capa en la que estamos calculando el número de Richardson.

La inversa de la ecuación (2.36) sería:

$$\zeta = f(Ri) \quad (2.38)$$

Si encontramos esta ecuación, a partir de los gradientes de viento y temperatura medidos en uno o más niveles, se podría determinar  $\zeta$  y por lo tanto la longitud de Obukhov  $L$ .

#### II.3.4.4. Formas empíricas de las funciones de semejanza.

Una de las limitaciones de la teoría de semejanza y del análisis dimensional es que nos indican las relaciones funcionales entre ciertos parámetros adimensionales pero, no nos dicen nada acerca de la forma explícita de estas funciones. El método para determinarlas es un método puramente experimental, a partir de observaciones de campo hechas con el máximo posible de precisión. En los experimentos que se hagan, hay que tener en cuenta que las hipótesis originales de semejanza que se habían considerado se tienen que dar también al realizar las observaciones. Sin este requisito, las formulas obtenidas no tienen porque tener un significado físico real.

Las expresiones más aceptadas generalmente de las funciones universales de semejanza son las obtenidas sobre la base de los experimentos de Kansas de 1968 (Izumi, 1971) sobre datos obtenidos de una torre de 32 metros:

$$\phi_m = (1 - \gamma_1 \zeta)^{-1/4} \quad \zeta < 0 \quad (2.39a)$$

$$\phi_m = (\varepsilon + \beta \zeta) \quad \zeta \geq 0 \quad (2.39b)$$

$$\phi_h = \alpha (1 - \gamma_2 \zeta)^{-1/2} \quad \zeta < 0 \quad (2.40a)$$

$$\phi_h = \alpha + \gamma \zeta \quad \zeta \geq 0 \quad (2.40b)$$

Diferentes autores han encontrado distintos valores para las constantes  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\varepsilon$ ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ , y  $\gamma$ . Las causas de estas diferencias residen, principalmente, en las incertidumbres que se producen en las medidas y en las desviaciones de las condiciones ideales asumidas en la teoría. Algunos de los valores obtenidos en diversos estudios en situaciones de estabilidad ( $\zeta \geq 0$ ) pueden observarse en la tabla 2.1.

Autores	$\varepsilon$	$\beta$	$\alpha$	$\gamma$
Webb (1970)	1.0	5.2	1.0	5.2
Businger et al. (1971)	1.0	4.7	0.74	4.7
Hicks (1976)	1.0	5.0	1.0	5.0
Kondo et al. (1978)	1.0	7.0	—	—
King (1990)	0.85	8.0	0.49	5.4

**Tabla 2.1 Coeficientes de las funciones universales en condiciones de estabilidad según diversos autores.**

No está del todo claro que las fórmulas 2.39 y 2.40 sean válidas para cualquier valor de  $\zeta$ . Pueden fallar especialmente en los casos extremos, tanto de gran inestabilidad (convección libre) como de gran estabilidad. De hecho, la mayoría de los datos micrometeorológicos usados en la determinación de las funciones de

semejanza de M-O suelen estar limitadas a un rango de estabilidad moderado (  $-5 < \zeta < 2$  ).

#### II.4 MEZCLA TURBULENTO EN LA ATMOSFERA.

Como citábamos anteriormente, una de las características fundamentales de la turbulencia es la potenciación de la mezcla de diversas cantidades físicas tales como calor, momento, vapor de agua, etc. La facilitación o inhibición de la mezcla turbulenta, especialmente en las capas más cercanas al suelo, va a dar lugar a situaciones bien diferentes. Así por ejemplo, la inhibición de la mezcla turbulenta por condiciones de gran estabilidad junto al suelo (inversiones térmicas) producirá un estancamiento del aire en las capas bajas y una ausencia de movimientos verticales, lo que en zonas urbanas puede ocasionar episodios graves de contaminación si estas situaciones persisten. Por el contrario, si la mezcla turbulenta se ve potenciada, tiende a haber una gran facilidad en el intercambio de propiedades entre unas capas y otras, produciéndose una homogeneización de las diversas magnitudes (temperatura, humedad, etc) cuando la capa de mezcla está desarrollada.

Uno de los primeros investigadores en estudiar como se producía la mezcla turbulenta fue L. Prandtl en 1925, describiendo un mecanismo hipotético para la mezcla turbulenta por analogía con la mezcla molecular. De acuerdo con la teoría cinética de los gases, tanto el momento como otras propiedades se transfieren cuando las moléculas colisionan unas contra otras. Antes de chocar e intercambiar propiedades, las moléculas han recorrido una distancia llamada recorrido libre medio. Prandtl construyó una hipótesis con un mecanismo semejante para la transferencia en flujos turbulentos, suponiendo que paquetes fluidos abandonaban el seno del fluido en el que estaban incorporados viajando una cierta distancia, llamada longitud de mezcla (análoga al recorrido libre medio), para después mezclarse con el fluido circundante. Si la velocidad, temperatura y demás propiedades de los paquetes

fluidos eran distintas de aquéllas que tiene el fluido con el que se van a mezclar, se producirán fluctuaciones en estas propiedades como consecuencia de los diversos intercambios de momento, calor, etc. Si los movimientos de estos paquetes fluidos ocurren de un modo aleatorio, en todas las direcciones, entonces los diversos intercambios turbulentos tendrán lugar únicamente en la dirección decreciente de la velocidad, temperatura, etc. Entre las expresiones más conocidas de la teoría de la longitud de mezcla están las siguientes:

$$u' = v' = -l \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (2.41a)$$

$$w' = l \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (2.41b)$$

$$\theta' = l \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \quad (2.41c)$$

$$\overline{u'w'} = -l_m^2 \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 \quad (2.41d)$$

donde  $l$  representa la longitud de mezcla y  $l_m$  una longitud de

mezcla media ( $l_m = \left( \overline{l^2} \right)^{1/2}$ ). En la capa límite atmosférica la longitud de mezcla suele depender de la estratificación térmica y del espesor de la capa límite.

#### II.4.1 MEZCLA POR CONVECCION Y POR CIZALLA

Ya ha sido señalado en párrafos anteriores que la turbulencia tiene dos orígenes fundamentales, uno térmico y otro mecánico. Dependiendo de este origen, la mezcla turbulenta que tiene lugar en la atmósfera será producida por convección (origen térmico) o

por cizalla (origen mecánico). El parámetro de la longitud de Obukhov ( $L$ ) es el que da una altura aproximada de hasta donde predominan los efectos de cizalla, los efectos de fricción del suelo, mientras que por encima de esta altura son los efectos térmicos los que van a tener mayor influencia. En cuanto al ciclo diario, está claro que por el día la mezcla turbulenta va a estar provocada fundamentalmente por los fenómenos convectivos originados por el calentamiento solar del suelo, mientras que por la noche, y en ausencia del factor energético solar, la mezcla tendrá únicamente componente mecánica y será la cizalla la encargada en todo caso de producir mezcla; en ausencia de cizalla las capas bajas de la atmósfera estarán bastante calmadas.

En los experimentos de laboratorio realizados en la presente memoria se ha modelizado la ruptura de una interfase de densidad por convección. En la atmósfera se dan este tipo de interfases tanto en las capas más cercanas al suelo (inversión junto al suelo) como en zonas más altas (inversiones de subsidencia, tropopausa).

La convección está controlada por el número adimensional de Rayleigh, que está definido como:

$$Ra = \frac{g h^3 \alpha \Delta T}{\nu \kappa} \quad (2.42)$$

donde  $g$  es la gravedad,  $\alpha$  el coeficiente de expansión térmica ( $\alpha \approx 1/T_0$ ),  $h$  la altura de la capa donde existe una diferencia de temperatura  $\Delta T$  y donde se produce la convección, y  $\nu$  y  $\kappa$  la viscosidad y difusividad térmica, respectivamente. El número de Rayleigh determina la aparición de inestabilidades verticales que dan lugar a las células de convección. Físicamente,  $Ra$  se puede interpretar como el cociente entre la influencia inestabilizadora de la fuerza de empuje (provocada por las fuerzas de densidad o temperatura) y la influencia estabilizadora de la viscosidad. El  $Ra$  crítico para una capa fluida con superficie libre superior, como es el caso de la atmósfera es 1101. Este número se supera con

facilidad. Para números de Rayleigh superiores al crítico, la inestabilidad convectiva es posible para perturbaciones con número de onda igual a 2.7 (Oertel, 1983), pero hay que tener en cuenta el diagrama de estabilidad (Chandrasekar, 1961).

Los procesos de mezcla que acompañan a la formación de una célula tormentosa aún no se conocen del todo bien. Uno de los problemas es saber si el aire que penetra en la célula tormentosa en las capas bajas de la atmósfera puede mantenerse sin mezclar hasta la capa superior de las nubes. Podemos establecer dos tipos de convección atendiendo a la vigorosidad de la misma:

**Convección poco profunda:** Las células de convección poco profunda suelen ocurrir con bastante frecuencia sobre el Mar de la China y sobre el Atlántico Occidental cuando corrientes de aire frío de Siberia o de América del Norte respectivamente, son empujadas hacia el Este por la circulación general y se superponen a un océano templado. Suelen observarse células lineales de centenares de kilómetros de longitud y alturas del orden de 1 kilómetro.

La convección de Rayleigh-Benard, conocida desde principios de siglo, no se consideró inicialmente relevante en fenómenos medioambientales debido a su gran regularidad. Sin embargo, las observaciones desde satélite han revelado las mismas estructuras que en los experimentos numéricos y de laboratorio. De especial interés han sido las observaciones de células de planta hexagonal. La separación de estas células es varias veces su altura y son claramente visibles en las fotos de satélite (Brummer et al., 1985; Scorer, 1986; Kimura, 1988), pero su mecanismo de formación no está aún claro, ya que en la atmósfera la relación entre la altura y las dimensiones laterales de las células es mucho mayor que en los modelos numéricos y en los experimentos de laboratorio (Agee, 1982).

**Convección profunda:** Para este tipo de convección se pueden encontrar diferentes tamaños. La mayor parte de ellos se extienden a través de la altura de la troposfera, por lo que las dimensiones horizontales de estos sistemas son las que dan unos criterios de identificación más importantes. En un extremo encontramos la célula convectiva individual, de aproximadamente 5-10 Km de anchura. Al otro extremo está la línea de escala sinóptica que puede ser tan larga como un frente convencional. Entre estos dos extremos se encuentran los sistemas convectivos de escala media que son los de mayor complejidad e interés en meteorología. La clasificación de Chisholm y Renick (1972) distingue:

a) Tormentas de una sola célula. Son aproximadamente de 5-10 Km en extensión horizontal y tienen una vida media de menos de una hora. En las primeras fases de su crecimiento hay una corriente ascendente inferior a  $15 \text{ m.s}^{-1}$ . Esta corriente ascendente tiene lugar durante unos diez minutos. A lo largo de su vida las tormentas de una sola célula mantienen la simetría y la posición vertical porque los vientos suelen ser ligeros y existe una cizalla vertical pequeña.

b) Tormentas de varias células. Una típica tormenta de varias células está formada por una secuencia en la que cada célula lleva a cabo un ciclo de vida. Suelen tener de 30 a 50 Km de extensión horizontal y son de profundidad troposférica, pudiendo penetrar incluso varios kilómetros en la estratosfera. Estas células se forman cada 5-10 minutos y tiene una vida total de aproximadamente 45 minutos. El número de células que se pueden formar durante una tormenta de este tipo es de 30 o más.

c) Tormentas de supercélula. El término de supercélula fue utilizado por primera vez por Browning (1962) para describir lo que parecía ser una etapa madura en una tormenta de una sola célula. La supercélula es mucho más grande y persistente, y da como resultado un tiempo atmosférico más violento que una célula madura normal. Las dimensiones suelen ser de 20-30 Km en horizontal y 12-15 Km en altura. La velocidad de la corriente ascendente es de  $25-40 \text{ m.s}^{-1}$  aproximadamente.



El origen de la convección atmosférica generadora de tormentas es el calentamiento del suelo por radiación solar, que produce inestabilidad al calentar, y por lo tanto hacer más ligero el aire que se encuentra cerca del suelo. No obstante, también se puede producir convección en la atmósfera debido a calentamientos locales como la erupción de volcanes, grandes incendios, e incluso por el efecto de isla térmica urbana que viene producido por la diferencia de temperatura observada entre la ciudad y los alrededores rurales. Una célula de penetración convectiva de intensidad extrema es la que se produce en la atmósfera al tener lugar una explosión nuclear.

Por lo que se refiere a la mezcla por cizalla, ésta tiene una importancia predominante para la mezcla turbulenta en ausencia de la influencia solar, es decir por las noches. Es precisamente por la noche cuando tiene lugar un enfriamiento de las capas más bajas de la atmósfera, produciéndose inversiones de temperatura junto al suelo. Salvo algún tipo de convección muy local (como el caso de isla térmica urbana comentado anteriormente), mucho más débil que la producida por calentamiento solar, va a ser la cizalla vertical del viento la única originadora de turbulencia por la noche, y la que en su caso será capaz de erosionar, debilitar e incluso destruir las condiciones de inversión que habían sido creadas. Parte de los datos analizados en esta memoria han sido registrados en la base de Halley (Antártida) durante el periodo Marzo-Septiembre de 1986, es decir durante el invierno polar, y por lo tanto en ausencia de actividad solar, lo cual favorece la formación y persistencia de inversiones junto al suelo. En esta situación, la evolución y variación de la inversión se va a ver influenciada casi exclusivamente por la acción que produzca la cizalla.

#### II.4.2 MEZCLA EN CONDICIONES DE ESTRATIFICACION ESTABLE

Un fenómeno que se estudia con interés es la mezcla que se

produce en las inversiones atmosféricas. Como hemos señalado anteriormente, las inversiones junto al suelo se ven favorecidas por las noches con situaciones anticiclónicas, y si se da la circunstancia de haber poco viento, estas inversiones se ven intensificadas a lo largo de la noche; con el comienzo de la actividad solar, la convección interviene y la altura de la inversión va aumentando, a la vez que se va generando una capa de mezcla por debajo. El ritmo de crecimiento de esta capa convectiva dentro de una región con gradiente de temperatura estable no dependerá sólo del flujo de calor sino también del ritmo de entranamiento a través del borde de la capa, es decir, a través de la interfase estable. Experimentos de laboratorio realizados por Deardorff et al. (1969) y los correspondientes experimentos usando un gradiente de salinidad en lugar de un gradiente de temperatura parecen sugerir que este último efecto es pequeño. Por lo tanto estos autores consideran que no se comete mucho error si se desprecia el entranamiento y se calcula la anchura de la capa convectiva usando únicamente el balance de calor.

El punto de vista opuesto fue el utilizado por Ball (1960), quien calculó las variaciones en la altura de la inversión bajo la suposición de que toda la energía producida por la convección estaba disponible para producir entranamiento de fluido a través de la cima de la capa de mezcla. Aunque el caso de conservación de la energía es un límite útil, no es realista ni consistente con los conocimientos actuales de convección y procesos de mezcla. Si la convección tiene lugar en forma de térmicas (masas de aire que por diferencia de temperatura abandonan la posición que ocupaban y ascienden), sólo una pequeña fracción del trabajo realizado aparece como energía cinética del movimiento medio.

Carson (1973) propone un modelo del desarrollo de la capa de mezcla limitada por una inversión considerando los efectos del flujo de calor y los fenómenos de mezcla y entranamiento a través de la interfase.

Tennekes (1973) realizó un modelo dinámico de la inversión en el que además de una ecuación de variación de la altura de la base de la inversión con el tiempo, se tiene en cuenta la intensidad de la inversión y su evolución con el tiempo, encontrando que se producían variaciones importantes dependiendo de los distintos casos. La parametrización de la zona de entrafiamiento en la frontera entre la capa de mezcla y la base de la inversión es un tema de gran interés en este tipo de análisis. Un parámetro importante es la anchura de la zona de entrafiamiento. Teorías basadas en el balance de momento ( Deardorff et al., 1980; Stull, 1973) sugieren que esta anchura es inversamente proporcional al número de Richardson. Recientes investigaciones (Boers, 1989) han precisado más esta relación, y a través de un balance energético de transformación de energía cinética en térmica y potencial se llega a proponer que la anchura de la zona de entrafiamiento es proporcional a la inversa de la raíz cuadrada del número de Richardson. Esta última proposición ha sido comparada con observaciones atmosféricas obteniéndose buenos resultados.

## II.5 METODOS DE DETERMINACION DE LOS FLUJOS TURBULENTOS DE MOMENTO Y CALOR ( $\tau$ y $H$ ).

Como conclusión de este capítulo, describiremos algunos de los métodos existentes para la medida de los flujos turbulentos de momento y calor (existen métodos directos y métodos indirectos). Entre los más utilizados podemos destacar los siguientes:

1) **Medidas del arrastre superficial:** Es el único método directo para medir la tensión de cizalla sobre una pequeña parcela de terreno. Para ello se utiliza una lámina de arrastre colocada en una zona representativa del terreno. Es un método muy complejo por el cuidado, habilidad y experiencia que requiere.

2) **Método del balance energético:** En realidad no hay un

método para medir exactamente el flujo de calor superficial. Se puede usar una placa delgada de conductividad conocida, con una termopila en el interior para medir el gradiente de temperatura. Para evitar efectos radiativos y convectivos, la placa se entierra al menos 1 cm. Para determinar el flujo de calor en el suelo ( $H_0$ ) hay que aplicar una corrección apropiada a las medidas del flujo de calor en la placa.

3) **Método de correlación turbulenta:** Este es probablemente el método más fidedigno y directo para estimar los intercambios turbulentos de momento y calor en la atmósfera. Este método utiliza una instrumentación sofisticada y de rápida respuesta turbulenta (anemómetros sónicos, anemómetros de hilo caliente y termómetros de resistencia fina). Las covarianzas de las fluctuaciones de temperatura y velocidad se pueden calcular promediando los productos de las fluctuaciones apropiadas sobre un tiempo promedio deseado. Así, los flujos verticales de momento (ya dado en 2.20) y calor sobre una superficie homogénea vendrán dados por:

$$\tau = -\rho \overline{u'w'} \quad (2.43a)$$

$$H = \rho C_p \overline{\theta'w'} \quad (2.43b)$$

con lo cual, a partir de las correlaciones turbulentas  $\overline{u'w'}$  y  $\overline{\theta'w'}$ , obtenemos los flujos deseados. Puesto que en la capa superficial se considera que estos flujos permanecen constantes con la altura, las medidas de correlación turbulenta también proporcionan los flujos superficiales. Una de las mayores ventajas de este método de medida es que evalúa los intercambios turbulentos directamente sin demasiadas restricciones sobre la naturaleza de la superficie o de la atmósfera.

4) **Método del perfil:** Es el método indirecto más conocido y utilizado. Se utiliza cuando no disponemos de medidas turbulentas directas sino de datos de temperatura y viento medio a distintas alturas. En este método se usan las siguientes relaciones de semejanza simplificadas:

$$\phi_h = \phi_m^2 = (1 - 15\zeta)^{-1/2} \quad \zeta < 0 \quad (2.44a)$$

$$\phi_h = \phi_m = 1 + 5\zeta \quad \zeta \geq 0 \quad (2.44b)$$

En primer lugar se calcula el número de Richardson ( $R_i$ ) para cada par de niveles consecutivos, a partir de medidas de velocidad de viento y temperatura. Las alturas que se suelen utilizar son, o bien las alturas medias entre los niveles, o bien alturas geométricas [ $Z_m = (Z_1 Z_2)^{1/2}$ ]. Para estimar  $L$ , se ajusta por mínimos cuadrados las siguientes rectas, según la situación sea inestable o estable:

$$Z_m = L R_i \quad R_i < 0 \quad (2.45a)$$

$$Z_m = L \frac{R_i}{1 - 5R_i} \quad R_i \geq 0 \quad (2.45b)$$

La longitud de M-O será en ambos casos la pendiente del ajuste. Las funciones 2.45a y 2.45b, se obtienen de sustituir 2.44a y 2.44b en 2.36.

En segundo lugar, hay que dibujar  $\bar{u}$  frente a  $[\ln(z) - \psi_m(z/L)]$  y  $\bar{\theta}$  frente a  $[\ln(z) - \psi_h(z/L)]$ , y a través de los puntos sacar las rectas de ajuste. Las pendientes que se obtengan serán respectivamente  $(u_*/k)$  y  $(\theta_*/k)$ :

$$\bar{u} = \frac{u_*}{k} [\ln(z) - \psi_m(z/L)] - \frac{u_*}{k} \ln(z_0) \quad (2.46a)$$

$$\bar{\theta} = \frac{\theta_*}{k} [\ln(z) - \psi_h(z/L)] + \theta_0 - \frac{\theta_*}{k} \ln(z_0) \quad (2.46b)$$

Estas fórmulas resultan de integrar 2.34a y 2.34b, respectivamente, donde  $\psi_m$  y  $\psi_h$  vienen dadas por la expresión:

$$\psi_m(z/L) = \int_{z_o/L}^{z/L} [1 - \phi_m(\zeta)] \frac{d\zeta}{\zeta} \quad (2.47a)$$

$$\psi_h(z/L) = \int_{z_o/L}^{z/L} [1 - \phi_h(\zeta)] \frac{d\zeta}{\zeta} \quad (2.47b)$$

$\phi_m$  y  $\phi_h$  se toman de las fórmulas simplificadas 2.44a y 2.44b.

Una vez calculados  $u_*$  y  $\theta_*$  los flujos de momento y calor se podrán calcular a partir de 2.35a y 2.35b.

## CAPITULO III : METODO EXPERIMENTAL DE LABORATORIO.

En este capítulo describiremos la parte técnica usada en los experimentos de laboratorio, así como los montajes usados para los diversos tipos de experimentos realizados. También haremos mención a la turbulencia generada por burbujas, por ser la usada en nuestras experiencias.

### III.1 TURBULENCIA GENERADA EN EL LABORATORIO

Como ya hemos comentado en el primer capítulo, hay diversos mecanismos utilizados en experimentos de laboratorio con el fin de producir turbulencia y mezcla. Entre los más utilizados están las rejillas oscilantes (Fernando y Long, 1988; Redondo, 1988). Este es un método que produce turbulencia no demasiado enérgica.

Un método alternativo utilizado con menos frecuencia es la producción de turbulencia y mezcla a través de burbujas. Linden y Simpson (1986) usaron burbujas para simular por medio de experimentos de laboratorio el efecto producido por la turbulencia sobre la frontogénesis asociada al avance de una brisa marina tierra adentro. En el caso de la brisa marina la turbulencia aparece como consecuencia de los movimientos convectivos que tienen lugar en la capa límite atmosférica. El resultado de sus experimentos coincidió con las observaciones de Wallington (1961) de brisas marinas en el sur de Inglaterra. Estas observaciones mostraban claramente una relación entre la velocidad con la que se establecía la corriente de gravedad asociada a la brisa marina y la altura de la capa superficial atmosférica.

En el laboratorio, la generación de turbulencia por medio de burbujas se realiza generalmente instalando en el fondo de la cubeta experimental, donde se realizan los experimentos, unos tubos perforados que están conectados a una bomba de inyección de aire. Este dispositivo proveedor de aire suele ser regulable, y por

lo tanto se puede trabajar con distintos caudales que modelan distintos niveles de turbulencia medioambiental. Al encender la bomba, las burbujas salen de los orificios de los tubos, ascendiendo verticalmente debido al empuje de la fuerza de Arquímedes, y se alcanza de este modo un nivel bastante uniforme de turbulencia en la región de la cubeta experimental donde se efectúa la inyección de aire.

Una de las ventajas existentes en el uso de burbujas para generar turbulencia es precisamente este último factor que hemos señalado: el obtener un nivel de turbulencia aproximadamente uniforme a través de toda la profundidad del fluido, debido a que las burbujas alcanzan rápidamente su velocidad vertical límite. En situaciones en las que la turbulencia decae y es función de la profundidad, como en el caso en que la turbulencia sea generada por medio de una rejilla oscilante, hay una tendencia a potenciar los gradientes de densidad vertical, ver por ejemplo el experimento de Tomas y Simpson, 1985. Otra de las razones para usar burbujas en lugar de rejillas es que las rejillas producen una alta resistencia al flujo (Harleman e Ippen, 1960). Las burbujas, además de ser fáciles de generar no producen oscilaciones temporales ni espaciales (en altura) de la intensidad de turbulencia asociada a la oscilación de las rejillas.

Sin embargo, en ambos métodos de generación de turbulencia hay un inconveniente, y es que la producción de turbulencia continúa a pesar de la fortaleza de cualquier estratificación vertical que se pueda desarrollar. Aún así, se puede decir que hay alguna relación entre la turbulencia y la estratificación, puesto que la turbulencia se genera en las estelas de las burbujas o en las estelas de las barras sólidas que constituyen las rejillas y la capacidad de esa turbulencia para mezclar el fluido disminuye en condiciones estables, como queda de manifiesto en los experimentos descritos en el capítulo IV de esta memoria.

La turbulencia generada en el laboratorio tiene un espectro



característico con una escala integral dada por:

$$\mathcal{L} = \int_0^{\infty} R_{11}(l) dl \quad (3.1)$$

donde  $R_{11}$  es la función de autocorrelación:

$$R_{11} = \frac{\overline{u'_1(x) u'_1(x+l)}}{\overline{u'^2_1}} \quad (3.2)$$

Esta escala se interpreta como la característica de los remolinos dominantes. La escala integral caracteriza a los remolinos que contienen la energía cinética turbulenta y realizan la mayoría del transporte turbulento.

Las escalas turbulentas que nos van a interesar para nuestros experimentos de mezcla de una interfase de densidad van a ser una escala de longitud y una escala de velocidad. En nuestro caso, estimaremos la escala integral como la distancia entre orificios consecutivos ( $\ell$ ) en el tubo perforado que se sitúa en el fondo de la cubeta experimental, ya que las dimensiones de los remolinos dominantes se puede considerar como  $\ell$ , y entonces  $\ell \approx \mathcal{L}$ . La escala de velocidad representativa será la velocidad cuadrática media de la turbulencia ( $u'$ ) que se estima como la décima parte de la velocidad de ascenso de las burbujas,  $V$  (Turner, 1973):

$$u' \approx \frac{V}{10} \quad (3.3)$$

Una vez que las burbujas salen del tubo perforado a través de los orificios, rápidamente alcanzan su velocidad límite aproximadamente constante. Para la medida de la velocidad media de ascenso de las burbujas se ha utilizado la grabación en video y su digitalización, midiendo el tiempo que tardaban las burbujas en recorrer la longitud vertical de la cubeta. Se tomaron un número suficiente de medidas (20-30 en cada experimento) y con ellas se realizó un análisis estadístico obteniéndose un error inferior al 5% .

En los experimentos realizados se ha trabajado con distintos tubos de dosificación de aire inyectado, en los que se ha cambiado el número de orificios, el tamaño de los mismos, la separación entre ellos y, como consecuencia, el tamaño y la velocidad vertical de las burbujas. De este modo hemos podido obtener distintas escalas integrales turbulentas y velocidades r.m.s. para los distintos tubos. Lo único que se ha mantenido constante ha sido el área total perforada en los tubos y el caudal en los primeros experimentos.

### III.2. DESCRIPCION DEL MATERIAL UTILIZADO

Para la realización de los experimentos de laboratorio se utilizó el siguiente material:

- Una cubeta experimental construida con láminas de metacrilato de 1 cm de grosor cuyas dimensiones eran  $27 \times 27 \times 46 \text{ cm}^3$
- Bomba de inyección de aire con caudal regulable.
- Tubos perforados con distinto número de orificios, varios diámetros de orificios y distinta separación entre ellos aunque conservando constante el área total perforada.
- Sondas de conductividad.
- Conductivímetros.
- Equipo posicionador de sonda controlado por ordenador (sistema de sonda móvil).
- Cámara fotográfica y equipo de T.V. y video.
- Microordenador BBC.

#### III.2.1. ESQUEMA DEL MONTAJE GENERAL

Para la consecución de la parte experimental de laboratorio

del presente trabajo se hicieron distintos montajes, según el tipo de experiencia de modelado de la turbulencia geofísica que se deseaba producir.

El montaje general o base y la descripción de un experimento tipo son como sigue:

En la cubeta de metacrilato se establece una interfase estable de densidad. Para ello se pone una disolución de cloruro sódico de densidad conocida en la parte inferior de la cubeta (36 cm aproximadamente) y a continuación, y con gran cuidado para evitar generar turbulencia que pudiera producir mezcla o difusión, se sitúa encima de la capa de agua salina una gruesa esponja flotante, a través de la cual, lentamente, se introduce agua de densidad  $1 \text{ g/cm}^3$  hasta que la capa de agua ligera alcanza una altura aproximada de 9.5 cm . De este modo se tiene constituida una interfase estable de densidad que separa perfectamente el fluido denso (en la parte inferior de la cubeta) del fluido ligero (en la parte superior de la cubeta).

En el centro del fondo de la cubeta se instala un tubo perforado de 18 cm de longitud y 1.5 cm de diámetro , conectado a una bomba de inyección de aire de caudal regulable.

Una vez formada la interfase, se pone en marcha la bomba de inyección de aire de modo que, al salir éste por los orificios del tubo, se producen burbujas que ascienden alcanzando la interfase, produciendo convección y mezclando el fluido denso con el fluido ligero.

Para poder visualizar la interfase y el posterior proceso de mezcla debido a la turbulencia generada, se cubre una de las caras verticales de la cubeta experimental con papel vegetal y se hace incidir un haz de luz paralelo por la cara opuesta. Esto permite distinguir la interfase por una línea intensa de luz reflejada en el papel vegetal. Esta técnica de visualización es conocida en la

literatura inglesa como técnica de "shadowgraph".

En una esquina de la cubeta, y a distintas alturas, se sitúan sondas de conductividad que conectadas a los conductivímetros dan una medida de la densidad del fluido. El funcionamiento de las sondas de conductividad y de los conductivímetros se describe en la sección III.2.2.

El sistema de sondas fijas que nos da la medida local de densidad, nos ayuda también a determinar con precisión un parámetro importante en los experimentos que realizamos, como es el tiempo de mezcla. Este tiempo se alcanza cuando los valores de la densidad procedentes de las sondas a distintas alturas son iguales  $\pm 1\%$ .

El caudal de la bomba de inyección de aire se mantiene constante para cada experimento, pero se varía para distinto tipo de experimentos como se indicará en el capítulo IV. En la figura 3.1 se puede apreciar un esquema del montaje general.

El valor (o valores) medidos por los conductivímetros quedan registrados en el ordenador BBC.

En la primera etapa del trabajo se usó un caudal constante, pero utilizando distintos tubos perforados. La diferencia entre los cuatro tubos usados está: en el número de orificios perforados, el diámetro de estos orificios y la separación entre los mismos, aunque la sección total perforada permaneció constante e igual a  $50 \text{ mm}^2$ . Las características de los distintos tubos: radio de los orificios ( $r$ ), número de orificios ( $N$ ), separación entre los mismos ( $\ell$ ), se encuentran descritos en la tabla 3.1. La velocidad ascensional de las burbujas ( $V$ ) y la velocidad turbulenta ( $u'$ ) también aparecen en esta tabla.

Exper.	r (cm)	N	$\ell$ (cm)	$V$ (cm. s <sup>-1</sup> )	$u'$ (cm. s <sup>-1</sup> )
1- $\triangle$	0.1	16	1.0	42.7	4.27
2- $\square$	0.15	7	2.0	35.6	3.56
3- $\bigcirc$	0.075	28	0.5	43.2	4.32
4- $+$	0.125	10	1.5	44.6	4.46

**Tabla 3.1. Características de cada tubo**

### III.2.2. SONDAS DE CONDUCTIVIDAD Y CONDUCTIVIMETROS.

En el tipo de experimentos que hemos realizado, en que se mide y comparan perfiles de densidad, es muy importante disponer de aparatos que midan la densidad con gran precisión.

Una forma de medir la densidad de una disolución salina es a través de su conductividad, ya que el cloruro sódico que ésta lleva disuelto hace al agua conductora.

La sonda de conductividad consiste esencialmente en un circuito que mide la corriente que pasa entre dos electrodos sumergidos en agua. Sondas anteriores a la usada estaban formadas por dos electrodos, uno pequeño y uno grande; el pequeño era de hilo de platino con diámetro inferior a 1 mm y revestido de negro de platino que evitaba que se produjeran fenómenos de deposición de la sal; el electrodo grande era una placa metálica sumergida (Maxworthy y Browand, 1975).

Las sondas usadas en nuestro trabajo son sondas de conductividad por succión. Uno de los electrodos es un tubo de metal, situado en el interior, por el que se succiona fluido a una velocidad muy baja. La importancia de succionar el fluido reside en el hecho de que de esta manera se impide que se forme estancamiento en la punta de la sonda, lo que daría lugar a medidas erróneas en la conductividad local y por consiguiente en

la densidad del fluido. El fluido se succiona a través de un orificio cuyo diámetro varía entre 0.2 y 0.5 mm . Esta parte de la sonda por la que se succiona, y que forma la punta de la sonda, está hecha de material aislante. El otro electrodo, o bien se sitúa en un lado de la cubeta, o bien consiste en otro tubo concéntrico exterior al de succión y totalmente aislado del primero. En nuestro caso, los electrodos eran de acero inoxidable, concéntricos, de diámetro interno y externo 3 y 10 mm, respectivamente, y en los que la punta de la sonda estaba hecha en metacrilato y formando un ángulo recto con el cuerpo longitudinal de la sonda (ver figura 3.2). La punta de la sonda tiene forma cónica con un agujero de succión de 0.5 mm de diámetro.

Estas sondas están diseñadas tanto para medir en reposo como para hacerlo mientras se desplazan. Esto último es muy útil para realizar medidas de perfiles verticales de densidad.

Como indicábamos anteriormente, la salida de las sondas va conectada al conductivímetro. Los conductivímetros utilizados están basados en un diseño de John Mumford del Departamento de Ingeniería de la Universidad de Cambridge. Estos constan de un oscilador, el puente compensador a la sonda, un amplificador diferencial, un rectificador y un filtro. Es importante mantener el voltaje de salida del conductivímetro por debajo de un valor crítico, a partir del cual se puede producir una sobrecarga sobre el convertidor analógico-digital que se utiliza, con la consecuencia de posibles daños sobre el mismo. Para una detallada descripción de los circuitos del conductivímetro y especificaciones sobre las sondas véase Redondo (1987).

### III.2.3. CALIBRADO DEL SISTEMA

Para realizar el calibrado de los conductivímetros y las sondas, se introducen éstas en varias muestras de soluciones salinas cuya densidad conocemos previamente por haberlas medido

con un refractómetro marca Zeiss. Este aparato mide el índice de refracción de una disolución salina con sólo poner unas gotas de la muestra en su interior. A través de una tablas de conversión, podemos ver la equivalencia que existe entre el valor del índice de refracción y la densidad a una temperatura determinada. Las muestras y experimentos se realizaron a 20° C de temperatura ambiente.

La salida analógica del circuito del conductivímetro está conectada a un voltímetro digital, de manera que se pueda controlar el voltaje como medida de seguridad. Corriendo un programa de calibración realizado en lenguaje BASIC, se van introduciendo los datos de salida del conductivímetro de cada una de las muestras preparadas, así como las densidades correspondientes. De este modo se obtienen pares de datos formados por la densidad de cada muestra y el voltaje de salida del conductivímetro correspondiente a cada una de las muestras. Con estos pares de datos, el programa realiza un ajuste por mínimos cuadrados, obteniendo una relación entre el voltaje de salida del conductivímetro y la densidad que le corresponde. El error en la curva de calibrado resultante es menor cuanto mayor sea la linealidad de la relación entre la densidad y el voltaje. Fuera de este intervalo de linealidad no es aconsejable su uso, ya que puede haber una diferencia considerable entre el valor de densidad estimado y el valor real. En la figura 3.3 se puede ver esta linealidad en una curva de calibrado entre la densidad ( $\text{g/cm}^3$ ) y el voltaje (voltios).

Al final de cada experimento se comprobó que la calibración de la sonda no había variado, comparando la densidad de una muestra previamente medida con el refractómetro con la densidad dada por la sonda a través de la curva de calibrado.

La frecuencia de toma de datos por la sonda es variable y ajustable dentro de los programas usados, pero cuando se trabaja con perfiles verticales de densidad, interesa una respuesta rápida

del aparato. La frecuencia máxima de la sonda era de 20 Hz .

Otro parámetro variable es la velocidad de succión de la sonda. En este caso hay que guardar un compromiso entre una baja velocidad (que puede provocar un estancamiento del fluido) y una alta velocidad (que succione fluido en una zona que no corresponda al lugar donde se encuentre la sonda). Se utilizaron valores típicos entre 10 y 40 ml/minuto.

### III.3. MONTAJES EXPERIMENTALES

Los experimentos sobre mezcla turbulenta que hemos realizado en este trabajo se pueden dividir en dos grandes grupos:

- a) Experimentos con mezcla total.
- b) Experimentos con mezcla parcial para analizar la evolución del proceso de mezcla.

#### III.3.1. EXPERIMENTOS CON MEZCLA TOTAL

En este primer grupo de experimentos el objetivo era analizar y estudiar la eficiencia de mezcla en el proceso global y el tiempo de mezcla total, es decir, desde el estado inicial (cuando estaba constituida una interfase de densidad establemente estratificada que separaba dos capas homogéneas) hasta que la columna de fluido era totalmente homogénea y las dos capas se habían mezclado perfectamente. Todo ello sin preocuparnos de lo que sucediera en los procesos intermedios. En este tipo de experimentos, las sondas introducidas en la cubeta eran sondas fijas situadas en una de las esquinas y a distintas alturas. Una vez empezaban a salir las primeras burbujas del tubo perforado situado en el fondo de la cubeta, el cronómetro se ponía en marcha. Al ascender las burbujas generaban un movimiento de convección y de este modo se iba mezclando el fluido denso con el fluido ligero. A través de las láminas de papel vegetal se podía apreciar la microestructura turbulenta producida por la mezcla. El



proceso de mezcla había finalizado cuando el fluido en la cubeta era homogéneo y esto se podía visualizar viendo la desaparición de los gradientes de densidad que modifican el índice de refracción a través del "shadowgraph" , o bien midiendo en que punto el valor de la densidad procedente de las distintas sondas convergían a un valor único. Nosotros hemos comprobado el acuerdo existente entre ambos métodos (el visual y el gráfico) para estimar el tiempo de mezcla.

### III.3.2 EXPERIMENTOS CON MEZCLA PARCIAL

A diferencia de los experimentos con mezcla total, en los que la energía potencial de los estados inicial y final era sencilla de calcular comparando los perfiles de densidad inicial y final , en los experimentos con mezcla parcial, es decir aquellos en los que analizamos la evolución temporal del número de Richardson y de la eficiencia de mezcla, para conocer el perfil de densidad en un momento intermedio del proceso de mezcla necesitamos hacer uso de la sonda móvil que recorre verticalmente la columna fluida que se encuentra en la cubeta experimental.

La sonda móvil consiste en una sonda normal adaptada a un dispositivo con motor que la permite moverse verticalmente. El dispositivo dispone de un potenciómetro de posición vertical, de modo que a cada altura de la sonda le corresponde un determinado valor en voltaje. Esta salida va al convertidor analógico digital y de aquí al ordenador personal BBC, de tal manera que de la misma forma que con la calibración de las sondas de conductividad, pero por otro canal del digitalizador, se procedió a hacer un calibrado de la altura haciendo un ajuste de mínimos cuadrados entre el voltaje de salida y la altura correspondiente de la sonda. Una vez obtenidas las curvas de calibrado, tanto de la densidad como de la altura, se pueden obtener los perfiles de densidad simplemente haciendo recorrer a la sonda la altura de la cubeta experimental.

Por lo tanto el montaje experimental es igual al anterior, pero añadiéndole la sonda móvil que situábamos en una esquina de la cubeta para que las medidas no se vieran afectadas por la acción de las burbujas ascendentes por el centro.

En estos experimentos de mezcla parcial, es posible hacer un recorrido vertical de la sonda cada 45 segundos aproximadamente para obtener la distribución vertical de densidad en ese momento.

Cuanto mayor sea la duración de los experimentos, mayor es el número total de perfiles que se pueden obtener.

## APENDICE B

### FIGURAS DEL CAPITULO III

Fig 3.1: Esquema del montaje general de los experimentos de laboratorio.

Fig. 3.2: Esquema del funcionamiento de una sonda de conductividad.

Fig. 3.3: Relación entre la densidad de una disolución salina y el voltaje medido por la sonda a través del conductivímetro.

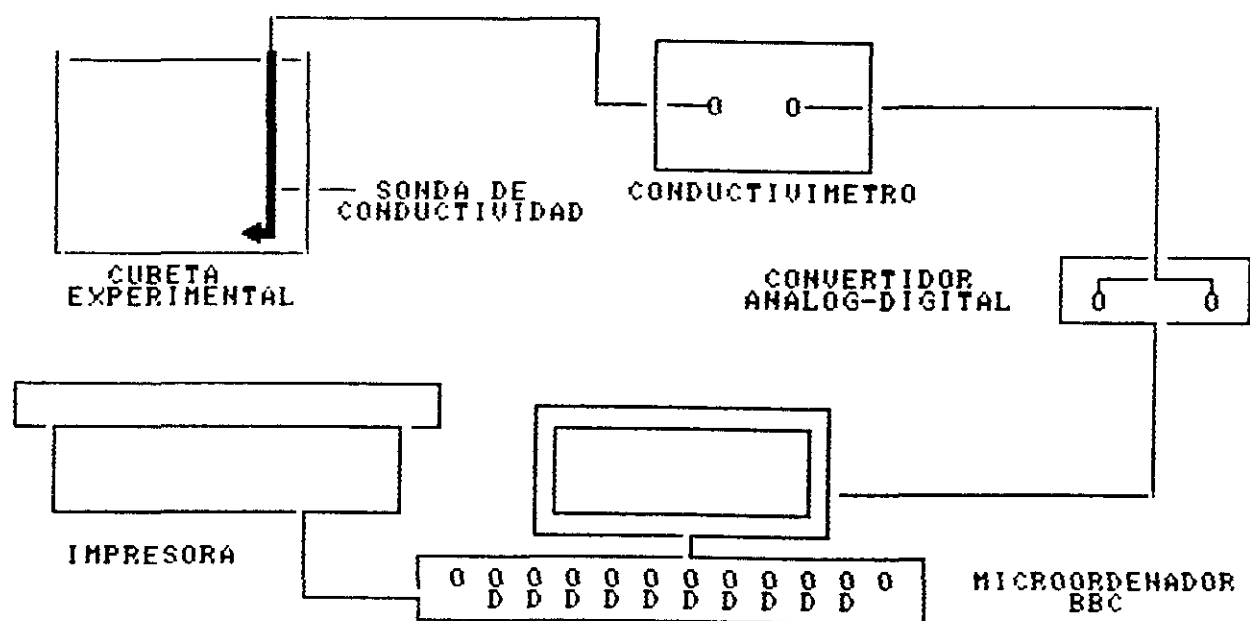


FIG. 3.1

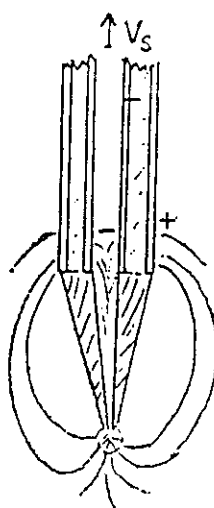


FIG. 3.2

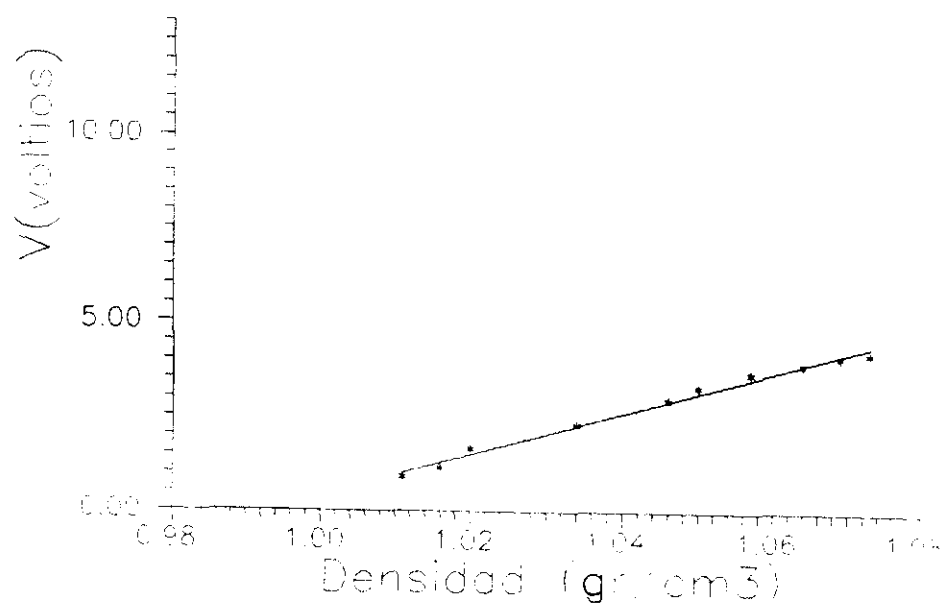


FIG. 3.3

## CAPITULO IV: ANALISIS DE LOS EXPERIMENTOS DE LABORATORIO

En el presente capítulo se analizan los experimentos realizados en el laboratorio con el fin de estudiar los procesos de mezcla turbulenta que tienen lugar a través de una interfase de densidad estable. Con estos experimentos se pretende modelizar la ruptura de una interfase en un fluido establemente estratificado debido a turbulencia convectiva. Esta situación se puede encontrar con cierta facilidad en la naturaleza, tanto en la atmósfera como en el océano. Las inversiones térmicas atmosféricas y la termoclina en el océano son dos ejemplos comunes de estratificaciones estables de densidad y/o temperatura que aparecen con frecuencia.

Como hemos indicado en el capítulo anterior, los experimentos se agrupan en dos grandes bloques: aquéllos en los que se estudia la mezcla total, y aquéllos en los que se analiza la evolución del proceso de mezcla (a los que hemos denominado experimentos con mezcla parcial).

### IV.1 EXPERIMENTOS CON MEZCLA TOTAL

En este primer grupo de experimentos se pasaba de una situación inicial, en que la interfase de densidad separaba dos capas de fluido homogéneo de distinta densidad, a una situación final en la que las dos capas de fluido se habían mezclado completamente y habían dado lugar a una única capa homogénea de fluido. En este caso no fueron analizados los pasos intermedios de mezcla que tenían lugar.

#### IV.1.1 DEFINICION DE PARAMETROS EXPERIMENTALES

Los parámetros medidos y calculados en los experimentos han

sido: el tiempo de mezcla, el número de Richardson, la eficiencia de mezcla, el número de Rayleigh y el número de Reynolds.

**El tiempo de mezcla ( $t$ )** se define como el tiempo que tarda en mezclarse totalmente la capa de fluido denso con la capa de fluido ligero. Para la medida de este tiempo se han utilizado dos métodos. En primer lugar el método visual, que consiste en observar el proceso de mezcla a través de las láminas de papel vegetal. Antes de iniciarse el proceso, la interfase se visualiza perfectamente (fig 4.1a). Posteriormente, según la mezcla va teniendo lugar, se observa cómo la interfase se va erosionando y destruyendo y se aprecia perfectamente la microestructura turbulenta de la mezcla (fig 4.1b, 4.1c, 4.1d y 4.1e). En el momento en que esta microestructura desaparece, podemos considerar que la mezcla es total (fig 4.1f) y el tiempo que marque el cronómetro puesto en marcha al mismo tiempo que la bomba de inyección de aire es el tiempo de mezcla.

El método alternativo seguido para el cálculo del tiempo total es a través de las sondas de conductividad. Para ello se procedió a colocar verticalmente en una de las esquinas de la cubeta experimental (fig. 4.2) varias sondas de conductividad a distintas alturas. Se procuró que las sondas que estaban más separadas estuvieran lo más próximas a los límites superior e inferior del fluido respectivamente, es decir, una cercana al fondo de la cubeta y la otra en la parte más alta pero bien sumergida en el fluido. La salida gráfica que obteníamos era la de la evolución de la densidad con el tiempo en cada uno de los puntos verticales en que estaban situadas las sondas. En el momento en que los valores de densidad procedentes de todas las sondas, que se encuentran a distintas alturas, alcanzan el límite de convergencia, que es precisamente el valor de la densidad final, el fluido es homogéneo y la mezcla es total, habiéndose alcanzado el tiempo de mezcla (fig 4.3). Este último método puede parecer más fiable que el primero, pero no obstante se ha observado una gran coincidencia de valores entre ambos métodos al



medir el tiempo de mezcla.

**El número de Richardson local (Ri).** Se pueden encontrar diversas definiciones y estimaciones del número de Richardson, pero en general se puede decir que es un parámetro que nos aporta información sobre el grado de estabilidad que hay en el fluido (en el caso de nuestros experimentos). El número de Richardson local, que se puede definir como el cociente entre los términos de Arquímedes de flotabilidad y los términos de inercia, lo hemos estimado a partir del número de Richardson del gradiente ( $Ri_g = \frac{(g/\rho) \frac{(\partial \rho / \partial z)}{(\partial \bar{u} / \partial z)^2}}$ ), modelando  $\partial \rho / \partial z$  como  $\Delta \rho / \ell$  y  $\partial \bar{u} / \partial z$  como  $u' / \ell$ . Aquí se ha utilizado una forma en diferencias finitas del número de Richardson:

$$Ri = \frac{g \Delta \rho \ell}{\rho u'^2} \quad (4.1)$$

donde  $g$  es la gravedad,  $\Delta \rho$  la diferencia de densidad entre el fluido denso y el ligero,  $\rho$  la densidad al final de la mezcla,  $\ell$  la escala integral de la turbulencia y  $u'$  la velocidad cuadrática media de la turbulencia. La escala integral de la turbulencia se interpreta como aquella característica de los remolinos dominantes, los que llevan la mayor parte de la energía cinética turbulenta, y son responsables de la mayoría del transporte turbulento. En nuestros experimentos, esta escala ha sido estimada como la distancia entre los orificios en cada tubo, que es también del orden de la anchura de la interfase en reposo, ya que este número de Richardson es el inicial. La velocidad cuadrática media de la turbulencia ( $u'$ ) se calculó como la décima parte de la velocidad de ascenso de las burbujas, como ya se señaló en el capítulo III teniendo en cuenta consideraciones de Turner (1973). A este número de Richardson se le llama local porque a través de  $u' / \ell$  se modela la cizalladura local que tiene lugar cerca de la interfase.

**La eficiencia de mezcla ( $\eta$ ).** Este parámetro adimensional,

cuyo valor nos va a dar información sobre el rendimiento del proceso de mezcla, va a estar definido como la fracción de energía que utiliza el sistema para producir mezcla. Por su importancia en esta memoria le dedicaremos un apartado más adelante. Este parámetro es equivalente al número de Richardson del flujo  $Ri$ , usado por otros autores (Linden, 1980; Rohr et al., 1984; Redondo, 1987), al que definen como la fracción de la energía cinética disponible que se usa para la mezcla, siendo el resto disipada por viscosidad.

**El número de Rayleigh (Ra).** Este número controla la convección y ya fue explicado su significado para la atmósfera y el océano en el capítulo II. En el caso de la convección producida por las burbujas en los experimentos de laboratorio, hemos redefinido este parámetro del siguiente modo:

$$Ra = \frac{g h_1^3 \Delta \rho}{\rho u'^2 \ell^2 Pr^{-1}} \quad (4.2)$$

la obtención de este número se ha realizado utilizando un símil dimensional, sustituyendo  $\alpha \Delta T$  de la fórmula original por  $(1/\rho)\Delta \rho$  y teniendo en cuenta que se puede sustituir  $\nu$  por el producto  $u'\ell$ , llamado parametro de acción (ya que  $[\nu]=L^2 T^{-1}$ ) y  $\kappa$  por el cociente entre  $\nu$  y el número de Prandtl,  $Pr$  (puesto que se define éste como el cociente entre la viscosidad y la difusividad térmica). Hemos tomado como altura característica la altura de la interfase  $h_1$ . Sustituyendo los valores numéricos obtenemos unos número de Rayleigh del orden de  $10^6$  para nuestros experimentos de laboratorio. Más adelante compararemos este número con los valores que podamos encontrar en fenómenos convectivos que tiene lugar en la atmósfera y el océano.

**El número de Reynolds (Re).** Este parámetro es el más característico y conocido en turbulencia y viene dado por el cociente entre los términos de inercia y los viscosos. Nosotros hemos considerado dos números de Reynolds, uno de carácter local

( $Re_o$ ) y otro global ( $Re$ ).

El primero de ellos viene definido por:

$$Re_o = \frac{u' \ell}{\nu_{mol}} \quad (4.3)$$

y describe las escalas locales ( $u'$ ,  $\ell$ )

mientras que el global es:

$$Re = \frac{V h}{\nu} \quad (4.4)$$

donde  $V$  es la velocidad ascensional de las burbujas (en el caso del experimento) y de las corrientes verticales de aire y agua (en la naturaleza),  $h$  la altura de la interfase y  $\nu$  la viscosidad cinemática turbulenta para el caso de la atmósfera y el océano.

#### IV.1.2 EFICIENCIA DE MEZCLA

Es un número también adimensional, y en el que intervienen factores puramente energéticos. La eficiencia de mezcla, a la que también se puede llamar rendimiento del proceso de mezcla, se define como el cociente entre el aumento de energía potencial producido por la mezcla,  $\Delta EP$ , y la energía cinética que se aporta al sistema para llevar a cabo dicha mezcla,  $\Delta EC$ :

$$\eta = \frac{\Delta EP}{\Delta EC} \quad (4.5)$$

La cuantificación de este balance de energía se explica en los dos siguientes apartados.

#### IV.1.2.1 Cálculo de la Energía potencial.

El incremento de energía potencial producido por la mezcla se calcula comparando los perfiles de densidad antes y después del experimento. En el momento inicial, cuando la mezcla aún no ha tenido lugar, la interfase constituye un salto pronunciado de densidad y el perfil sería del tipo al mostrado en la figura 4.4. Conforme va produciéndose la mezcla, la interfase se va ensanchando y el perfil de densidad va suavizándose hasta que finalmente, cuando la mezcla es total, en toda la cubeta, el perfil de densidad cumple que  $\partial\rho/\partial z = 0$ , es decir,  $\rho = \text{constante}$ , como puede apreciarse en la figura 4.5.

La energía potencial ha sido evaluada de manera similar a Linden (1980):

$$EP = S \int_0^H g \rho(z) z dz \quad (4.6)$$

donde  $H$  es la altura de la columna fluida total,  $S$  la superficie de la base de la cubeta experimental y  $\rho(z)$  el perfil de densidad. Si llamamos  $\rho_1$  y  $h_1$  a la densidad y altura de la capa densa, respectivamente, y  $\rho_2$  y  $h_2$  a la densidad y altura de la capa de fluido ligero, tendremos entonces que la energía potencial inicial es:

$$\begin{aligned} EP_i &= g S \int_0^{h_1} \rho_1 z dz + g S \int_{h_1}^H \rho_2 z dz = \\ &= \frac{1}{2} \rho_1 g S \frac{h_1^2}{2} + \frac{1}{2} \rho_2 g S [H^2 - h_1^2] \quad (4.7) \end{aligned}$$

La energía potencial final es muy sencilla de calcular ya que tenemos una densidad constante con la altura:

$$EP_f = g S \int_0^H \rho z dz = \frac{1}{2} g \rho S H^2 \quad (4.8)$$

donde  $\rho$  es la densidad obtenida al final de la mezcla.

El incremento de energía potencial resultante del proceso será, por lo tanto, la diferencia entre la energía potencial final y la inicial, ya que durante la mezcla la energía potencial del sistema ha crecido al elevarse el centro de gravedad del fluido:

$$\Delta EP = EP_f - EP_i = \frac{1}{2} g S \left[ \rho H^2 - \rho_1 h_1^2 - \rho_2 (H^2 - h_1^2) \right] \quad (4.9)$$

Utilizando que  $H = h_1 + h_2$  y la conservación de masa, es decir, que la masa al principio del experimento es la misma que al final:

$$M_i = M_f$$

$$\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 = \rho H \quad (4.10)$$

podemos usar todo en función de  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $\rho_1$  y  $\rho_2$  como variables, y el incremento de energía potencial se expresa como:

$$\Delta EP = \frac{1}{2} g S \left[ (\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2)(h_1 + h_2) - \rho_1 h_1^2 - \rho_2 (h_1 + h_2)^2 + \rho_2 h_1^2 \right] \quad (4.11)$$

Simplificando y agrupando términos nos lleva a:

$$\Delta EP = \frac{1}{2} g S \Delta \rho h_1 h_2 \quad (4.12)$$

donde  $\Delta \rho = \rho_1 - \rho_2$ .

Como hemos trabajado con  $h_1$  y  $h_2$  constantes, a mayor incremento de la densidad a través de la interfase mayor incremento de energía potencial se puede producir.

#### IV.1.2.2 Cálculo de la energía cinética.

La energía cinética que se introduce al sistema ha sido estimada a través del arrastre que producen las burbujas en su recorrido. El producto de la fuerza de arrastre por el recorrido que hace cada burbuja sería el trabajo realizado por una sola burbuja. Para calcular la energía cinética total que se introduce al sistema durante todo el proceso de mezcla, hemos de multiplicar el trabajo realizado por una sola burbuja por el número total de burbujas que mezclan el fluido, y estimar la turbulencia producida por su estela.

En primer lugar, la fuerza de arrastre de una burbuja viene dada por:

$$F_a = \frac{1}{2} \rho C_D V^2 \pi a^2 \quad (4.13)$$

siendo  $C_D$  el coeficiente de arrastre,  $V$  la velocidad ascensional de la burbuja y  $a$  el radio de la misma. Para calcular el trabajo, hay que multiplicar la fuerza por la distancia recorrida por la burbuja ( $H$ ):

$$\mathcal{T}_a = \frac{1}{2} \rho C_D V^2 \pi a^2 H \quad (4.14)$$

Por lo que se refiere al número total de burbujas que tenemos, hay que conocer la frecuencia de salida de burbujas. Esto fue investigado por Linden y Simpson (1986) y estimaron esta frecuencia en función de la velocidad ascensional de la burbuja y del tamaño de la misma:

$$f = \frac{V}{4a} \quad (4.15)$$

Suponiendo que las burbujas salen por todos los orificios de manera similar, el número total de burbujas sería el producto de la frecuencia de salida por un orificio, multiplicado por el número de orificios y por el tiempo que está conectada la bomba de inyección de aire:

$$\text{Burb. Tot} = \frac{V}{4a} N t \quad (4.16)$$

Por lo tanto, la energía cinética utilizada en el proceso de mezcla es:

$$\Delta EC = \frac{1}{8} V^3 \rho C_D \pi a N H t \quad (4.17)$$

El coeficiente de arrastre,  $C_D$ , es aproximadamente 8/3 para nuestros experimentos (Wegener y Parlange, 1973; Durst et al., 1986).

Para hacer una estimación del radio de las burbujas igualamos el caudal de la bomba de inyección de aire (Q) con el volumen total de burbujas por unidad de tiempo, obteniendo la siguiente relación:

$$a = \left[ \frac{3Q}{\pi N V} \right]^{1/2} \quad (4.18)$$

Suponiendo que el radio de la burbuja sea n veces el radio del orificio perforado ( $a = nr$ ), se obtiene para los cuatro tubos que el radio de la burbuja es aproximadamente el doble que el radio del orificio perforado, resultado que coincide con el obtenido a través de nuestras observaciones visuales de los experimentos

Una vez estimados los incrementos de energía potencial y la energía cinética, se pueden sustituir los valores (4.12) y (4.17)

en la fórmula inicial de la definición de la eficiencia de mezcla (4.5):

$$\eta = \frac{4 g h_1 h_2 \Delta \rho S}{V^3 \rho C_D \pi a t N H} \quad (4.19)$$

Los términos de la fórmula anterior se pueden reagrupar para poner la eficiencia de mezcla en función del número de Richardson local:

$$\eta = \frac{4 h_1 h_2 S}{V C_D \pi a N \ell 100 H} \frac{R_1}{t} \quad (4.20)$$

Sustituyendo los valores numéricos de  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $S$ ,  $C_D$  y  $H$  tenemos:

$$\eta = K \frac{R_1}{t} \quad (4.21)$$

donde  $K$  viene dada por:

$$K = \frac{26.21}{V a N \ell} \quad (4.22)$$

$K$  tiene dimensiones de tiempo y para cada tubo adquiere un valor constante, como se puede apreciar en la fórmula 4.22, ya que la velocidad de ascensión de las burbujas, el radio de las mismas, el número de orificios y la separación entre ellos se conserva para cada uno de los cuatro dosificadores de burbujas utilizados, con lo cual la eficiencia de mezcla en este caso va a depender exclusivamente del número de Richardson y del tiempo de mezcla. Si como veremos más adelante, se encontrara una relación directa entre el tiempo de mezcla y el número de Richardson, finalmente se podría obtener una ecuación simple con sólo dos variables: la eficiencia de mezcla y el número de Richardson.



#### IV.1.3 PASO DE BURBUJAS A TRAVES DE UN FLUIDO.

La turbulencia convectiva generada en estos experimentos fue a través de burbujas y en este apartado discutiremos la interacción entre las burbujas y el fluido.

Como hemos indicado anteriormente en el apartado IV.1.2.2, necesitamos estimar la fuerza producida por el campo de burbujas en el fluido, y más concretamente cerca de la interfase por ser éste el lugar donde inicialmente se produce la mezcla.

Fijándonos detalladamente en los experimentos, podemos distinguir e identificar varios procesos de mezcla dentro de la mezcla global:

a) El arrastre directo de fluido denso en la estela de la burbuja. Al salir las burbujas de los orificios del tubo perforado se encuentran inmediatamente con el fluido denso situado en la parte inferior de la cubeta, y lo arrastran en su ascensión.

b) La mezcla producida por la turbulencia generada por el paso de una burbuja. Cada burbuja que asciende deja tras de sí una estela que contribuye indirectamente a la misma.

c) La mezcla que se produce por la circulación secundaria del fluido al formarse una contracorriente lateral. Esto es debido a la producción de células convectivas que se generan con ascendencias en la línea de subida de las burbujas y descendencias en las zonas laterales.

d) Mezcla por la ruptura de ondas internas en la interfase. Al pasar las burbujas por la zona de la interfase de densidad, inicialmente en reposo, generan una agitación que hace que ésta oscile dando lugar a la aparición de ondas internas en la interfase. Cuando estas ondas rompen se produce mezcla al haber intercambio de materia entre la capa de fluido denso y la capa de

fluido ligero.

e) Mezcla por entrafiamiento. Al llegar las burbujas a la interfase e iniciarse la mezcla, la interfase desciende, hecho observado en otras experiencias de mezcla con rejillas oscilantes (Redondo, 1987; Linden, 1980).

Una cuestión cuantitativa sobre la incidencia del paso de burbujas a través del fluido en el cálculo de la eficiencia de mezcla reside en que la fórmula de la energía cinética (4.17) utilizada es claramente una sobreestimación por la siguientes razones:

1) En nuestros cálculos estamos suponiendo que todas las burbujas producen igual mezcla, pero ésto no es estrictamente cierto, debido a las interacciones que se producen entre ellas y sus campos de velocidad. En realidad, las burbujas que ascienden en la estela de otras producen un arrastre no proporcional a la velocidad de ascensión  $V$  como aparece en (4.13) sino a la velocidad relativa  $V-u$ , donde  $u$  es la velocidad local del fluido por donde pasa la burbuja con velocidad  $V$  (Kowe et al., 1988). Por ello la resultante es menor.

2) Las burbujas no suben siguiendo trayectorias totalmente verticales sino que, si se analiza en detalle la ascensión de burbujas, se puede observar fácilmente como éstas realizan trayectorias helicoidales (Miksis et al., 1982). Esta modificación de la trayectoria también produce una alteración en la forma de calcular el coeficiente de arrastre  $C_D$  y del espacio recorrido por las burbujas. Como consecuencia de la no total verticalidad de las trayectorias, se producen interacciones laterales entre las burbujas que contribuyen también a reducir la fuerza aplicada al fluido.

3) Por último, hay que señalar que para calcular la energía utilizada en mezclar el fluido, introducimos  $H$  en el

cálculo del trabajo, aunque el arrastre que produce mezcla es fundamentalmente en los entornos inmediatos de la interfase y el arrastre en las zonas más alejadas es menor y producen menos mezcla.

En definitiva, si queremos tener en cuenta los efectos 1), 2) y 3) que no están estudiados cuantitativamente, debemos aumentar la eficiencia de mezcla usada en (4.21) multiplicándola por algún factor. En nuestros experimentos hemos tomado como factor 25, que creemos que da un rango de eficiencias coherentes. No obstante este factor no va a incidir en el comportamiento de la relación entre la eficiencia de mezcla y el número de Richardson, ya que es un factor multiplicativo que afecta al valor concreto de la eficiencia de mezcla pero no a la evolución, ni a las pendientes de las relaciones, es decir al exponente  $n$ . Esto indica que al igual que en los experimentos de Linden (1979, 1980), debemos concentrarnos más en la forma de la eficiencia de mezcla con el número de Richardson que en los valores numéricos concretos.

#### IV.1.4 RESULTADOS

En este apartado distinguiremos entre los resultados obtenidos a través de la observación visual de los experimentos (resultados cualitativos) y aquéllos en los que se establecen relaciones numéricas entre los parámetros de interés ya descritos (resultados cuantitativos).

##### IV.1.4.1 Resultados cualitativos.

El proceso de mezcla convectiva que tiene lugar en nuestros experimentos se puede describir del siguiente modo:

Después de encender la bomba de inyección de aire que estaba regulada con un caudal  $Q$  constante de  $32 \text{ cm}^3/\text{s}$ , las burbujas, con separación y tamaño correspondientes según el tubo perforado usado, ascienden con su velocidad límite media indicada en la

tabla 3.1. Cuando las burbujas llegan a la interfase de densidad producen mezcla, claramente visible a través de las láminas de papel vegetal situadas en una de las caras laterales de la cubeta experimental. A los pocos segundos de iniciado el proceso (dependiendo de la fortaleza de la interfase constituida y por lo tanto del número de Richardson inicial), el efecto de la velocidad ascensional en el centro de la cubeta genera una célula de recirculación en la parte superior de la interfase, produciendo erosión en la misma (fig 4.6). Un procedimiento para observar esta célula convectiva consiste en inyectar una pequeña cantidad de colorante en uno de los lados de la cubeta (con una interfase muy débil o sin estratificación alguna). El tiempo de recirculación puede estimarse en unos pocos segundos.

La combinación de la turbulencia generada por las burbujas y el entrafiamiento convectivo produce mezcla a través de la interfase, haciendo que ésta descienda, disminuyendo la diferencia de densidad a través de la misma. Al cabo de un tiempo  $t$  (el tiempo de mezcla), la interfase ha desaparecido y la columna de fluido  $H$  está bien mezclada. Se ha observado que el tiempo de mezcla aumenta conforme crece el número de Richardson, pero además aumenta más rápidamente para números de Richardson altos, es decir, estratificaciones más estables. Para experimentos con número de Richardson mayores que 1, se podía observar claramente la aparición de ondas internas en la interfase.

Como señaló Stewart (1969), a veces es difícil distinguir si los movimientos que están teniendo lugar en un fluido estratificado son ondas o turbulencia. Las ondas internas pueden producir turbulencia y la turbulencia generar ondas internas, como sucede cuando la turbulencia producida por las burbujas actúa en una interfase de densidad estable, como en el caso de nuestros experimentos. Sin embargo, hay algunos factores distintivos entre ondas y turbulencia. La turbulencia tiene como propiedad más importante su capacidad para producir mezcla y transportar así cantidades escalares. Asimismo es un fenómeno de fuerte

interacción y muy disipativo. Las ondas pueden distorsionar la distribución de densidad pero no cambiar permanentemente la estratificación (Derbyshire y Redondo, 1990), a menos que estas ondas se rompan para producir turbulencia. En nuestros experimentos, la presencia de ondas internas podría ser la causante del retraso en el tiempo total de mezcla que sucede para  $R_i$  altos. Este retraso en la mezcla sólo puede tener lugar en los primeros minutos (cuando la interfase es abrupta y resistente a la mezcla) con números de Richardson altos, disminuyendo  $R_i$  a medida que tiene lugar la mezcla y alcanzando  $R_i$  el valor cero cuando la mezcla es total y no existe estratificación. Linden señaló en 1979 que parte de la energía cinética se puede usar para hacer trabajo contra las fuerzas de Arquímedes (estratificación estable), y que este trabajo puede generar ondas internas que no contribuyan a la mezcla.

#### **IV.1.4.2 Resultados cuantitativos.**

En este apartado analizaremos de una manera cuantitativa la relación entre el tiempo de mezcla y el número de Richardson, los valores de la eficiencia de mezcla obtenidos en nuestros experimentos y la relación entre la eficiencia de mezcla y el número de Richardson.

En la tabla 4.1 están los resultados experimentales medidos directamente. Para cada tubo (señalizado con un símbolo diferente al igual que en la tabla 3.1) se realizaron varias series de experimentos cambiando la densidad de la capa del fluido denso, para obtener así diferentes interfases. En algunas ocasiones y con el ánimo de observar la variabilidad del experimento, se repitió hasta tres veces el proceso de mezcla para la misma interfase; esa es la razón de que para algunas interfases en la tabla 4.1 aparezcan tres tiempos de mezcla distintos. En estos casos el tiempo de mezcla considerado fue la media aritmética de los tres tiempos medidos en distintos experimentos. Los cálculos realizados sobre el error experimental intrínseco de las experiencias dan

como resultado que éste es menor del 10%. El número de Richardson que aparece en la tabla 4.1 corresponde a la interfase inicial antes de producirse la mezcla y la eficiencia de mezcla es la calculada mediante la ecuación (4.21).

En las figuras 4.7, 4.8, 4.9 y 4.10 se puede observar la variación del tiempo de mezcla con el número de Richardson. Esta variación es proporcional a  $Ri$ , aunque hay una tendencia a que para números de Richardson más altos la pendiente de esta relación aumente. Esto sería una indicación de la aparición de ondas internas que toman parte de la energía cinética, no para convertir la energía potencial del fluido y producir mezcla, sino para disiparla por viscosidad.

En la figura 4.11 están representados los experimentos (en escala logarítmica) para los cuatro tubos perforados utilizados con caudal constante, y la flecha indica el tiempo de recirculación producido por la velocidad ascensional de las burbujas cuando la columna de fluido es homogénea ( $Ri=0$ ). Este límite se calcula midiendo el tiempo que las burbujas tardan en difundir totalmente una pequeña cantidad de colorante depositado en una esquina de la cubeta.

**Tabla 4.1**  
**(RESULTADOS EXPERIMENTALES)**

Exper. Serie	$\rho_1$ (g/cm <sup>3</sup> )	t (s)	t (s)	t (s)	Ri	$\eta$ (%)
1- $\triangle$	1.004	42.4	-	-	0.108	1.22
1	1.006	45.5	-	-	0.215	2.26
1	1.008	48.7	-	-	0.323	3.17
1	1.010	59.0	-	-	0.430	3.49
1	1.012	70.2	-	-	0.554	3.78
1	1.020	72.7	66.7	67.7	0.909	6.31
1	1.030	98.7	109.0	95.3	1.469	6.97
1	1.040	114.2	116.9	110.5	1.979	8.33
1	1.050	127.0	123.1	120.6	2.480	9.62
1	1.060	140.2	144.8	135.7	2.974	10.16
1	1.070	170.4	174.7	189.8	3.461	9.30
1	1.080	195.4	201.3	217.6	3.940	9.22
2- $\square$	1.004	29.9	37.6	30.0	0.308	3.58
2	1.006	40.2	-	-	0.616	6.70
2	1.008	45.8	-	-	0.922	8.82
2	1.010	55.8	-	-	1.228	9.64
2	1.012	59.4	-	-	1.532	11.29
2	1.018	65.0	-	-	2.426	16.33
2	1.028	87.3	-	-	3.889	19.51
2	1.034	93.8	-	-	4.791	22.38
2	1.044	117.5	-	-	6.246	23.28
2	1.054	131.8	-	-	7.659	25.44
2	1.070	164.9	157.5	145.4	9.902	27.81
3- $\bigcirc$	1.004	29.9	-	-	0.052	1.25

**Tabla 4.1 (Continuación)**  
**(RESULTADOS EXPERIMENTALES)**

Exper. Serie	$\rho_1$ (g/cm <sup>3</sup> )	t (s)	t (s)	t (s)	Ri	$\eta$ (%)
3	1.006	34.4	-	-	0.105	2.20
3	1.008	36.0	-	-	0.156	3.12
3	1.010	40.9	-	-	0.208	3.67
3	1.012	44.0	-	-	0.260	4.26
3	1.020	51.4	55.6	57.0	0.465	6.53
3	1.024	59.2	-	-	0.580	7.06
3	1.030	69.1	73.2	73.0	0.718	7.21
3	1.040	98.8	81.0	83.4	0.967	7.95
3	1.050	107.7	106.4	108.4	1.212	8.14
3	1.060	112.4	128.7	110.0	1.453	8.96
3	1.070	139.7	132.7	128.3	1.691	9.13
3	1.080	148.5	140.2	150.1	1.920	9.50
4-+	1.004	29.4	-	-	0.147	1.95
4	1.006	33.0	-	-	0.293	3.47
4	1.008	38.3	-	-	0.440	4.47
4	1.010	42.3	-	-	0.585	5.41
4	1.012	47.8	-	-	0.730	5.98
4	1.020	67.7	65.6	66.9	1.307	7.66
4	1.030	85.3	93.9	92.6	2.018	8.72
4	1.040	99.6	102.6	112.7	2.717	10.13
4	1.050	117.6	120.0	114.4	3.406	11.36
4	1.060	128.7	140.8	145.3	4.084	11.56
4	1.070	154.4	158.8	142.4	4.752	12.25
4	1.080	173.4	169.3	175.2	5.410	12.27

Para introducir que la pendiente de la gráfica  $t$  versus  $Ri$  varía, la relación empírica que debemos buscar debe ser de la forma:  $t \sim Ri^n$ , de modo que  $n$  no es constante sino que depende a su vez del tramo de  $Ri$  en el que nos encontremos, aumentando  $n$  al aumentar el número de Richardson.



Para adimensionalizar el tiempo, y así deducir la relación entre parámetros adimensionales, podemos dividir el tiempo de mezcla por un tiempo de referencia o escala  $T^*$  que definimos como el cociente entre la columna fluida  $H$  y la velocidad ascensional de las burbujas  $V$ :

$$T^* = \frac{H}{V} \quad (4.23)$$

De este modo los ajustes experimentales que buscamos entre  $t$  y  $R_1$  serán:

$$\frac{t}{T^*} = K_1 R_1^n \quad (4.24)$$

donde  $K_1$  y  $n$  son parámetros que se obtienen del ajuste.

En la tabla 4.2 están indicados los distintos rangos o intervalos elegidos para hacer los ajustes así como el valor de los coeficientes  $K_1$  y  $n$ .

**Tabla 4.2**  
**Coefficientes del ajuste  $t/T^*$  vs.  $R_1$**

Tubo	N	Intervalos	n	$K_1$	r
1	16	1-6	0.27	68.56	0.93
1	16	6-10	0.57	71.20	0.98
1	16	10-12	1.35	30.50	0.99
2	7	1-8	0.35	40.05	0.98
2	7	8-11	0.69	25.28	0.99
3	28	1-6	0.27	61.33	0.97
3	28	7-13	0.74	85.86	0.99
4	10	1-5	0.30	49.01	0.97
4	10	6-9	0.59	56.97	0.99
4	10	9-12	0.81	42.63	0.99

En la última columna (r) se indica el coeficiente de correlación del ajuste.

En las figuras 4-12 a 4-15 se pueden apreciar las distintas pendientes para los distintos ajustes según el intervalo de  $R_1$ . Como la escala es logarítmica, la representación de 4.24 para n constante (como se considera en cada intervalo) es una recta. Las zonas para realizar los ajustes se han elegido en función de su proximidad a un comportamiento lineal (el primer tramo se eligió aproximadamente para  $R_1 < 1$  ).

Como se ve en la tabla 4.2, para los cuatro tubos se observa un comportamiento similar: el aumento del coeficiente n al aumentar el número de Richardson. En los tubos 2 y 3 sólo se encontraron dos intervalos distintos mientras que en los 1 y 3 aparecen tres intervalos. En todos los intervalos, menos en el

último del tubo 1,  $n$  es menor que 1. El que  $n$  sea menor o mayor que 1 implica un cambio importante en la eficiencia de mezcla como veremos a continuación. El coeficiente de regresión es en todos los casos bastante alto, por encima de 0.9, menos el primer intervalo del tubo 1 por encima de 0.97.

La eficiencia de mezcla se puede conocer para cada experimento a través de la fórmula (4.21) con sólo saber los datos de  $R_1$  y  $t$ , pero si sustituimos en la fórmula (4.21) el tiempo de mezcla por la fórmula propuesta (4.24) tenemos:

$$\eta = \frac{K}{T^* K_1} R_1^{1-n} \quad (4.25)$$

con lo cual podemos buscar empíricamente ajustes de la forma:

$$\eta = K_2 R_1^{(1-n)} \quad (4.26)$$

A partir de los ajustes de (4.26) para los distintos experimentos obtenemos estimaciones de  $n$  y  $K_2$ . Para los ajustes de la eficiencia de mezcla frente al número de Richardson hemos utilizado los mismos intervalos que para los ajustes del tiempo de mezcla frente a  $R_1$ . La partición de todo el rango de valores de  $R_1$  en intervalos, está nuevamente motivado por estudiar los distintos valores del exponente  $n$ , ya que las implicaciones físicas y energéticas del aumento de este exponente, y sobre todo, la importancia de que  $n$  sea mayor que 1 son muy importantes como veremos a continuación.

Analizando más en detalle la fórmula (4.26), podemos ver el comportamiento de la eficiencia de mezcla dependiendo del valor del exponente  $n$ . Si  $n$  es menor que 1, la eficiencia de mezcla aumenta al hacerlo el número de Richardson. A medida que  $n$  aumente pero siga siendo menor que 1, la pendiente de la curva (4.26) disminuirá, es decir la eficiencia de mezcla va a seguir aumentando con  $R_1$  pero a un ritmo mucho menor. Si  $n$  fuese exactamente 1, la eficiencia de mezcla no dependería de  $R_1$  y sería

un valor constante. En el momento en que  $n$  sea mayor que 1 la eficiencia de mezcla disminuirá al aumentar  $Ri$ .

Teniendo en cuenta la analogía entre  $\eta$  y el número de Richardson del flujo  $Rf$ , que es proporcional a los flujos verticales de densidad, cuando  $n$  es menor que 1, regiones con gran gradiente de densidad ( $Ri$  grandes) tienen flujos verticales grandes que tienden a reducir los gradientes. En cambio para  $n$  mayor que 1, regiones con gran gradiente de densidad se ven afectadas por flujos más pequeños, de manera que la masa se puede ir acumulando en estas regiones, pudiendose producir incluso gradientes más fuertes (Phillips, 1972; Posmentier, 1977; Linden, 1980).

La representación gráfica de (4.26) para distintos valores de  $n$  se puede ver en la figura 4.16. En la primera gráfica se observa cómo para  $n = 1/2$  la eficiencia de mezcla va aumentando de forma potencial al aumentar  $Ri$ . La segunda gráfica muestra que para  $Ri = 1$ ,  $\eta$  es independiente de  $Ri$ . En la última gráfica, se observa la evolución de  $\eta$  con  $Ri$  para  $n = 3/2$ , con lo cual el exponente de la ley potencial es negativo y se produce la disminución de la eficiencia de mezcla. Derbyshire y Redondo (1990) obtuvieron resultados semejantes a los gráficos 4.16 con un modelo cuasi-lineal simple de interacción entre ondas internas y turbulencia.

En la tabla 4.3 están los datos de los coeficientes  $K_2$  y  $n$  para los distintos ajustes.

**Tabla 4.3**  
**Coeficientes del ajuste  $\eta$  vs.  $R_1$**

Tubo	N	Tramos	n	$K_2$	r
1	16	1-6	0.27	6.56	0.99
1	16	6-10	0.57	6.32	0.97
1	16	10-12	1.35	14.74	0.92
2	7	1-8	0.35	8.55	0.99
2	7	8-11	0.69	13.57	0.98
3	28	1-6	0.25	11.81	0.99
3	28	7-13	0.74	7.98	0.98
4	10	1-5	0.30	7.81	0.99
4	10	6-9	0.59	6.73	0.99
4	10	9-12	0.81	8.98	0.94

Al igual que en los ajustes del tiempo de mezcla, se observa como n va creciendo para los 4 tubos, llegando en un tramo del primer tubo a superar el valor de 1 y por lo tanto decrece la eficiencia de mezcla al aumentar  $R_1$ . Los coeficientes de correlación son también bastante altos, por encima de 0.92 al igual que en los ajustes anteriores.

Los valores del coeficiente n de la tabla 4.3. son parecidos a los de la tabla 4.2, lo que nos reafirma la compatibilidad de las ecuaciones 4.24 y 4.26.

Otra comprobación se obtiene a partir de la comparación de las constantes de las fórmulas 4.25 y 4.26. Si igualamos estas constantes tenemos:

$$K = K_1 K_2 T^* \quad (4.27)$$

En la tabla 4.4 están representados los valores de K y de  $K_1 K_2 T^*$  para las cuatro series de experimentos. Los datos se han agrupado en tres intervalos: A correspondiente a bajos números de Richardson, B a  $Ri$  medios y C a números de Richardson altos. Se puede apreciar como para la mayoría de los casos se verifica la igualdad 4.27).

**Tabla 4.4**

**Comparación de los coeficientes ajustados por mínimos cuadrados de  $\eta = K_2 Ri^{1-n}$  y  $t/T^* = K_1 Ri^n$  en los rangos A, B y C**

Serie Exp.	$K_1 K_2 T^*$			K	n		
	A	B	C		A	B	C
1-	470	470	470	470	0.27	0.57	1.35
2-	430	430	-	430	0.35	0.69	-
3-	760	720	-	720	0.25	0.74	-
4-	390	390	390	390	0.30	0.59	0.81

En las figuras 4.17, 4.18, 4.19 y 4.20 se muestran las eficiencias de mezcla para las cuatro series de experimentos con las correspondientes rectas de ajuste para los distintos intervalos señalados en la tabla 4.3. En todas ellas se puede apreciar cómo al aumentar el número de Richardson la pendiente de la curva  $\eta-Ri$  va disminuyendo, llegando a un valor negativo para la primera serie de experimentos.

En la figura 4.21 están representados todos los experimentos en escala logarítmica. Se observa como la serie de experimentos número 2 produce una eficiencia mucho mayor (25 %) que las otras tres para números de Richardson altos (del orden del 10 %). Esta mayor eficiencia de mezcla puede ser debido al gran tamaño que tienen las burbujas producidas por el tubo de 7 orificios. En este

caso las burbujas son bastante inestables y su velocidad ascensional más pequeña, con frecuentes interacciones y rupturas que producen mayor turbulencia. Hay que señalar que parece haber un valor de tamaño de burbuja a partir del cual éstas se hacen inestables, ya que en rango decreciente de 28 a 10 orificios la velocidad ascensional de las burbujas no varía demasiado, sin embargo para el tubo perforado de 7 orificios, en el que el tamaño de burbuja es algo mayor que en el tubo de 10 orificios, se produce una disminución considerable de la velocidad ascensional de burbuja, produciéndose interacciones y oscilaciones como hemos señalado anteriormente.

Como conclusión de los experimentos de mezcla total podemos decir que la eficiencia de mezcla calculada permite una variedad de comportamientos dependiendo del exponente  $n$ , que como hemos visto es relativamente fácil de calcular a partir del tiempo de mezcla y del número de Richardson inicial. Si  $n < 1$  se obtiene una relación monótona creciente entre la eficiencia de mezcla y el número de Richardson similar a la observada por Mc Ewan (1983a, 1983b) y Britter (1984) con turbulencia producida por rejilla. Si  $n = 1$  la eficiencia de mezcla sería independiente del número de Richardson. Cuando  $n > 1$  el efecto de la estratificación es importante como sumidero de energía y es cuando se puede observar una disminución de la eficiencia de mezcla para  $Ri$  altos como en los experimentos de Linden (1979, 1980) Rohr et al. (1984) y Redondo (1987) de mezcla por rejilla.

Con nuestros experimentos hemos observado los tres tipos de comportamiento aunque con predominio de  $n < 1$  ya que como veremos más adelante el proceso convectivo simulado ha sido muy fuerte.

Identificando la forma de las curvas de eficiencia de mezcla dadas por los autores anteriormente citados, se puede decir que los procesos convectivos producen un rango de eficiencias similar a la mezcla generada mecánicamente o mezcla producida por cizalladura ( $\eta < 25\%$ )

#### IV.1.5 EXPERIMENTOS CON CAUDAL VARIABLE.

Los experimentos descritos hasta ahora fueron realizados con un caudal constante e igual a  $32 \text{ cm}^3/\text{s}$ . Para estudiar las posibles influencias que puede tener la variación del caudal en las experiencias de mezcla realizadas, se llevaron a cabo dos series de experimentos con el tubo perforado número 4, variando el caudal de la bomba de inyección. En la tabla 4.5 se encuentran los parámetros medidos y calculados para estos experimentos. La densidad indicada en la primera columna de la tabla 4.5 corresponde a la densidad de la capa densa antes de empezar la mezcla.

**Tabla 4.5**  
**Experimentos con  $Q = 15 \text{ cm}^3/\text{s}$  y  $Q = 12 \text{ cm}^3/\text{s}$ .**

Q = 15			
$\rho_{\text{sal}} (\text{g}/\text{cm}^3)$	t(s)	Ri	$\eta(\%)$
1.006	90	0.85	5.13
1.010	108	1.41	7.10
1.013	120	1.84	8.34
1.016	138	2.25	8.86
1.021	156	2.95	10.28
1.027	180	3.78	11.42
1.034	216	4.73	11.91
1.043	300	7.40	13.41
1.054	318	9.22	15.77
1.086	408	11.50	15.33
1.108	570	14.21	13.56



**Tabla 4.5 (Cont.)**  
**Experimentos con  $Q = 15 \text{ cm}^3/\text{s}$  y  $Q = 12 \text{ cm}^3/\text{s}$ .**

$Q = 12$			
$\rho_{sal}(\text{g}/\text{cm}^3)$	$t(\text{s})$	$Ri$	$\eta(\%)$
1.006	98.81	0.86	4.75
1.010	112.06	1.42	6.91
1.014	134.57	1.98	8.03
1.022	180.72	3.10	9.36
1.028	218.43	3.93	9.82
1.044	320.81	6.10	10.38
1.055	380.35	7.56	10.85
1.069	510.18	9.38	10.03
1.086	680.47	11.55	9.26

Al igual que en los experimentos anteriores, hemos realizado ajustes de  $t/T^*$  frente a  $Ri$  y de la eficiencia de mezcla ( $\eta$ ) frente al número de Richardson. Asimismo, estos ajustes se realizaron según distintos intervalos para ver la evolución y el comportamiento del exponente  $n$  de las fórmulas 4.24 y 4.26.

Como puede observarse en las figuras 4.22 y 4.23, la evolución tanto del tiempo de mezcla adimensionalizado como de la eficiencia de mezcla es similar a los experimentos con  $Q = 32 \text{ cm}^3/\text{s}$ . En la figura 4.24 están representadas las evoluciones de las eficiencias de mezcla para los tres caudales. En el caso de  $Q = 12 \text{ cm}^3/\text{s}$  los valores de la eficiencia de mezcla son algo menores, pero lo importante es que la evolución de la pendiente de  $\eta$  vs.  $Ri$  es similar, por lo que parece que el comportamiento global no varía con el caudal. Nuevamente, la presencia de ondas internas podría ser la causa del cambio de signo de la pendiente de la curva. Según Rohr et al. (1984), al aumentar la estratificación los remolinos turbulentos llegan a ser más eficientes para producir mezcla, hasta alcanzar unos límites ( $Ri$  en torno a 1) en los que alcanzan el mayor tamaño permitido por las fuerzas de

Arquímedes, y a partir del cual, la generación de inestabilidades a pequeña escala, provocadas por zonas en las que hay fluido denso por encima de fluido más ligero (en la literatura inglesa "overturning"), decrece e incluso puede llegar a cesar. No obstante, algunos autores no han encontrado este descenso en la eficiencia de mezcla para fuertes estratificaciones, sino que se mantiene aproximadamente constante (McEwan, 1983a y b; Britter, 1984; Fernando, 1988).

En las tablas 4.6 y 4.7 están detallados los coeficientes obtenidos de los distintos ajustes.

Puesto que el comportamiento general no se ve afectado grandemente por el caudal, parece conveniente trabajar con caudales pequeños para los experimentos posteriores, en los que analizaremos la evolución de los perfiles de densidad durante el proceso de mezcla, ya que al disminuir el caudal los tiempos de mezcla globales aumentan considerablemente, lo que nos permite, para cada experimento, realizar más perfiles y disponer de más datos para el estudio de los experimentos de evolución de la mezcla o con mezcla parcial.

**Tabla 4.6**  
**Coeficientes del ajuste  $t/T^*$  vs.  $Ri$**

Caudal	Tramos	n	$K_1$	r
15	1-6	0.47	66.00	0.99
15	6-9	0.66	54.53	0.99
15	9-11	1.35	11.15	0.99
12	1-4	0.47	71.01	0.98
12	4-7	0.84	48.84	0.99
12	7-9	1.37	16.64	1.00

**Tabla 4.7**  
**Coeficientes del ajuste  $\eta$  vs.  $Ri$**

Caudal	Tramos	n	$K_2$	r
15	1-6	0.47	5.78	0.99
15	6-9	0.66	7.09	0.96
15	9-11	1.35	34.66	0.96
12	1-4	0.47	5.40	0.98
12	4-7	0.84	7.85	0.99
12	7-9	1.37	23.12	0.99

#### IV.2 EXPERIMENTOS PARA EL ESTUDIO DE LA EVOLUCION DEL PROCESO DE MEZCLA.

En este apartado del capítulo IV hemos utilizado una técnica algo distinta a la de los experimentos anteriores, ya que ahora un análisis más detallado del proceso de mezcla turbulenta nos lleva a estudiar los pasos intermedios que tienen lugar desde el inicio del proceso hasta que la mezcla es total.

El proceder experimental inicial va a ser el mismo que anteriormente, es decir, la constitución de una interfase de densidad que separa una capa de fluido denso de una de fluido ligero, pero los experimentos anteriores no nos facilitaban información sobre la evolución que se iba produciendo sino que daban información sobre el proceso global, mientras que ahora vamos a investigar precisamente lo que ocurre con esta evolución: si es uniforme o no, cómo tiene lugar la conversión de energía, cómo evoluciona el número de Richardson inicial, cómo se comporta la eficiencia de mezcla a lo largo del proceso. Para todo ello, necesitamos calcular de alguna manera los incrementos energéticos

que se van produciendo paso a paso y también la evolución del salto de densidad inicial para, a su vez, estimar el número de Richardson. La estimación de la energía cinética se puede realizar de manera análoga a los experimentos anteriores y ésta, en un determinado tiempo  $t_i$  intermedio del proceso de mezcla, vendrá dada por la fórmula 4.17. Sin embargo, el cálculo de la energía potencial se complica, y ya no es tan sencillo como anteriormente a través de la fórmula 4.12. En un momento intermedio del proceso, el perfil de densidad no es ya como en el momento inicial (con dos perfiles verticales constantes) o en el momento final (con un perfil vertical constante), en que se podía por tanto extraer la densidad constante en la integral 4.6; ahora, el perfil de densidad tendrá una forma más o menos variable y no constante con la altura, con lo cual, para hacer el cálculo de la energía potencial necesitamos conocer este perfil.

Para la obtención de estos perfiles hemos utilizado una sonda de conductividad móvil que describía recorridos verticales. En menos de 10 segundos la sonda recorría la columna de fluido de la cubeta y la información era almacenada a través del ordenador BBC como se explicó en el capítulo III de esta memoria. De este modo, para una interfase inicial con un número de Richardson inicial y un perfil de densidad inicial y sencillo podemos obtener sucesivos perfiles de densidad a lo largo del proceso de mezcla hasta que la mezcla es total, y entonces se obtiene constancia en  $\rho$  a lo largo de todo el perfil. Cuanto más fuerte sea la interfase inicial mayor número de perfiles intermedios podemos obtener, sencillamente, porque el tiempo de mezcla total será mayor. No obstante, para poder comparar unos experimentos con otros utilizaremos adimensionalizaciones adecuadas, tanto de la energía como del tiempo y normalizaciones del número de Richardson.

#### IV.2.1 CARACTERISTICAS DE LOS EXPERIMENTOS DE EVOLUCION

Para la realización de estos experimentos hemos trabajado con el tubo perforado número 4 de 10 orificios y con tres caudales

diferentes 6, 9 y 13 cm<sup>3</sup>/s. El haber trabajado con caudales pequeños nos ha permitido obtener un mayor número de perfiles para cada experimento, especialmente para el caso de interfases no muy fuertes cuyo tiempo total de mezcla es muy pequeño.

**a) Evolución de los perfiles de densidad.** Antes de introducir ninguna burbuja de aire en la cubeta, realizábamos un primer recorrido de la sonda móvil para así obtener el primer perfil de densidad a  $t = 0$  segundos (figura 4.25). A partir de este momento, y una vez iniciada la mezcla, se fueron tomando sucesivos perfiles de densidad hasta que la mezcla era total y la columna de fluido homogénea. En la figura 4.26 se puede observar la evolución de todo un proceso para  $Q = 9$  cm<sup>3</sup>/s y una interfase inicial con  $\rho_1 = 1.081$  g/cm<sup>3</sup>. En los primeros segundos la interfase permanece bastante fuerte y evoluciona lentamente, dando lugar a la generación de ondas internas, que como comentábamos en la primera parte de este capítulo pueden retrasar la mezcla. En contraposición tenemos en la figura 4.27 la evolución de los perfiles para una interfase inicial de  $\rho_1 = 1.010$  g/cm<sup>3</sup>. En este caso se aprecia cómo la interfase se erosiona y destruye con facilidad, siendo mucho menos probable la formación de ondas internas, y las que aparezcan se romperán con facilidad, ya que se inestabilizan rápidamente. No obstante, para poder comparar las evoluciones de interfases distintas, creemos que es conveniente la normalización o adimensionalización, según los casos, de parámetros como veremos más adelante.

En las figuras 4.28 y 4.29 se encuentran casos intermedios de interfases entre los dos extremos anteriormente citados. La figura 4.28 corresponde a una densidad inicial de  $\rho_1 = 1.053$  g/cm<sup>3</sup> y la 4.29 con  $\rho_1 = 1.023$  g/cm<sup>3</sup>.

## b) Evolución de la energía potencial.

Antes de comentar la evolución de la energía potencial a lo largo del proceso de mezcla hay que describir cómo se ha calculado en este caso la propia energía potencial. La energía potencial viene definida por la integral 4.6. Para poder hacer la integral deberíamos conocer explícitamente la función  $\rho(z)$ , pero nosotros la desconocemos y lo que tenemos son 99 pares de puntos de densidad y altura  $(\rho_i, Z_i)$ . Para poder hacer una estimación de la integral y así de la energía potencial, hemos supuesto una densidad media constante entre cada par de puntos próximos (cuya distancia es aproximadamente 4 mm) de modo que la densidad saldría de la integral quedando una integración sencilla. Repitiendo el proceso para cada par de puntos hasta haber cubierto la altura total de la capa fluida, el resultado de la energía potencial de un perfil vendrá expresado por:

$$EP = \frac{g S}{4} \sum_{i=1}^{98} (\rho_i + \rho_{i+1}) (Z_i^2 - Z_{i+1}^2) \quad (4.28)$$

El perfil de densidad es tomado por la sonda desde la parte superior de la cubeta hasta la parte inferior; ésta es la razón por la cual en la fórmula 4.28 aparece restando  $Z_i$  de  $Z_{i+1}$  ya que  $Z_i > Z_{i+1}$ . La explicación de porqué se realiza el sondeo de arriba a abajo y no al contrario es porque de este modo se genera menos turbulencia con la sonda y ésta afecta en menor grado a las medidas que estamos tomando. A partir de la fórmula 4.28 podemos calcular para cada perfil de densidad la energía potencial que le corresponde, y así obtener los incrementos de energía potencial entre los perfiles que se desee.

En las figuras 4.30, 4.31 y 4.32 se encuentran las evoluciones de la energía potencial para distintas interfases de densidad inicial y para los caudales de 6, 9 y 13 cm<sup>3</sup>/s respectivamente. Se aprecia como para interfases mas fuertes, el

incremento total de energía potencial es mayor y también el tiempo que emplean en producir la mezcla total, por lo que de nuevo se hace precisa y necesaria la normalización para comparar unas interfases con otras.

#### **c) Evolución de la eficiencia de mezcla.**

En este apartado vamos a analizar el comportamiento de la eficiencia de mezcla calculada desde el inicio, cuando la mezcla aún no ha comenzado, hasta cada uno de los instantes en que obtenemos un perfil. Si  $t_0$  es  $t = 0$  segundos y  $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$  son los distintos tiempos cuando obtenemos los sucesivos perfiles, siendo  $t_n$  el tiempo de mezcla total, hemos calculado la eficiencia entre  $t_0$  y  $t_1$ ,  $t_0$  y  $t_2$ ,  $t_0$  y  $t_3$ , ....  $t_0$  y  $t_n$ .

En las figuras 4.33, 4.34 y 4.35 se pueden ver los resultados de estas eficiencias de mezcla calculadas para distintas interfases según se señalan con símbolos diferentes y para los tres caudales utilizados. En general, no se aprecian grandes diferencias en los valores de como evoluciona la eficiencia de mezcla para cada interfase inicial. Salvo algún punto en concreto, el valor es bastante homogéneo con tendencia a disminuir hacia el final del proceso de mezcla, cuando ya queda muy poco que mezclar.

#### **d) Evolución del número de Richardson.**

Los números de Richardson que teníamos en los experimentos previos, calculados a partir de la interfase inicial, eran números de Richardson a  $t = 0$ . A medida que se va produciendo la mezcla y la interfase se va debilitando, el número de Richardson va disminuyendo.

En las figuras 4.36, 4.37 y 4.38 están descritas las evoluciones del número de Richardson para las distintas interfases iniciales y con los tres caudales. Como se puede apreciar, en los

casos de interfase inicial más fuerte, el número de Richardson tarda más tiempo en alcanzar valores próximos a cero, debido a lo que observábamos en los perfiles de densidad, que la interfase es más resistente a la mezcla, retrasando la disminución del número de Richardson. No obstante, dado el rango tan distinto de evolución del número de Richardson, también en este caso, para poder comparar unas evoluciones con otras de una manera más clara, recurriremos a la normalización, tanto del número de Richardson como del tiempo.

#### IV.2.2 ANALISIS DE PARAMETROS ADIMENSIONALIZADOS O NORMALIZADOS

En primer lugar, se ha realizado un estudio de la conversión de energía potencial con el tiempo, y para poder comparar unas interfases con otras se han adimensionalizado tanto la energía potencial como el tiempo.

La adimensionalización de la energía potencial viene dada por la siguiente relación:

$$(\Delta EP)_t = \frac{(EP)_t - (EP)_0}{(EP)_f - (EP)_0} \quad (4.29)$$

donde  $(EP)_t$  es la energía potencial que tiene el sistema en un momento intermedio de la mezcla  $t$  cualquiera,  $(EP)_0$  es la energía potencial inicial cuando la mezcla no ha comenzado aún y la interfase está en su punto máximo de fortaleza, y  $(EP)_f$  la energía potencial final cuando la mezcla es total y la columna de fluido es totalmente homogénea. Por lo tanto, si expresamos  $(\Delta EP)_t$  en tanto por ciento, lo que este parámetro representa es el porcentaje de la energía potencial que se ha transformado hasta ese momento, ya que el numerador de 4.29 es el incremento de



energía potencial experimentado entre el instante inicial y ese instante intermedio  $t$ , mientras que el denominador es el incremento de energía potencial total.

La adimensionalización del tiempo resulta muy sencilla:

$$T_t = \frac{t}{T} \quad (4.30)$$

siendo  $t$  el tiempo transcurrido desde el inicio del proceso hasta ese mismo instante intermedio y  $T$  el tiempo total de mezcla (el tiempo que tarda el sistema en pasar de la  $EP_0$  a la  $EP_f$ ). Por lo tanto, y si expresamos en porcentaje este parámetro,  $T_t$  nos indica el tanto por ciento del tiempo total de mezcla que ha transcurrido hasta ese momento  $t$ .

Con estas dos adimensionalizaciones ya se pueden comparar las evoluciones de la energía potencial para casos de distinta interfase inicial. El problema que existía antes, cuando trabajábamos con valores absolutos, tanto de energía potencial como de tiempo, residía en que para las interfases más fuertes se producía en total una mayor conversión de energía potencial, ya que ésta es proporcional a la diferencia de densidad a través de la interfase, y el tiempo total de mezcla era también mucho mayor que para interfases más débiles.

En las tablas 4.8, 4.9 y 4.10 están los valores de  $(\Delta EP)_t$  y de  $T_t$  expresados en tanto por ciento para distintas interfases iniciales y para los caudales de 6, 9 y 13 cm<sup>3</sup>/s con los que hemos trabajado.

**Tabla 4.8**  
**Valores de  $(\Delta EP)_t$  y  $T_t$  para  $Q = 6 \text{ cm}^3/\text{s}$**

$\rho_1 = 1.057$		$\rho_1 = 1.026$		$\rho_1 = 1.010$		$\rho_1 = 1.004$	
$T_t$	$(\Delta EP)_t$	$T_t$	$(\Delta EP)_t$	$T_t$	$(\Delta EP)_t$	$T_t$	$(\Delta EP)_t$
0	0	0	0	0	0	0	0
1.78	2.03	11.53	7.43	7.14	3.52	8.33	20.57
8.92	10.14	19.53	21.09	21.42	23.54	25.00	42.99
14.28	19.17	30.76	30.03	35.71	55.88	58.33	89.13
21.42	24.04	46.15	51.86	51.14	80.74	83.33	95.93
28.57	28.40	61.53	62.55	100	100	100	100
35.71	38.52	76.92	83.59				
57.14	57.96	100	100				
67.85	65.57						
78.57	82.76						
89.28	95.05						
100	100						

**Tabla 4.9**  
**Valores de  $(\Delta EP)_t$  y  $T_t$  para  $Q = 9 \text{ cm}^3/\text{s}$**

$\rho_1 = 1.081$		$\rho_1 = 1.053$		$\rho_1 = 1.023$		$\rho_1 = 1.010$	
$T_t$	$(\Delta EP)_t$	$T_t$	$(\Delta EP)_t$	$T_t$	$(\Delta EP)_t$	$T_t$	$(\Delta EP)_t$
0	0	0	0	0	0	0	0
5.35	7.20	2.77	2.93	15.00	14.09	27.27	42.82
8.92	11.13	13.88	16.43	25.00	35.03	45.45	64.83
14.28	17.83	22.22	24.84	50.00	58.71	63.63	82.28
21.42	22.18	27.27	31.47	60.00	64.54	100	100
28.57	30.05	33.33	37.60	70.00	77.14		
32.14	34.56	38.88	41.59	80.00	89.57		
35.71	37.27	44.44	48.88	90.00	95.63		
42.85	47.64	50.00	55.60	100	100		
50.00	52.60	55.55	60.41				
57.14	59.19	61.11	68.17				
64.28	66.02	66.66	74.94				
67.85	73.43	72.22	78.30				
71.42	78.53	77.77	84.68				
78.57	84.27	83.33	89.37				
82.14	89.60	88.88	91.22				
85.71	92.17	100	100				
100	100						

**Tabla 4.10**  
**Valores de  $(\Delta EP)_t$  y  $T_t$  para  $Q = 13 \text{ cm}^3/\text{s}$**

$\rho_1 = 1.097$		$\rho_1 = 1.064$		$\rho_1 = 1.017$		$\rho_1 = 1.010$	
$T_t$	$(\Delta EP)_t$	$T_t$	$(\Delta EP)_t$	$T_t$	$(\Delta EP)_t$	$T_t$	$(\Delta EP)_t$
0	0	0	0	0	0	0	0
6.81	6.79	11.53	10.32	33.33	39.47	39.13	65.01
11.36	14.31	19.23	24.76	55.55	65.21	65.21	88.14
27.27	28.01	30.76	31.05	77.77	87.37	91.30	92.53
36.36	34.52	46.15	37.72	100	100	100	100
46.51	43.70	61.53	52.94				
59.09	53.92	76.92	67.28				
72.72	73.14	92.30	92.56				
87.39	86.36	100	100				
100	100						

Para una mejor visualización de los resultados, en las figuras 4.39, 4.40 y 4.41 se ha representado  $(\Delta EP)_t$  frente a  $T_t$ .

Hay que puntualizar, que dada la adimensionalización efectuada tanto en 4.29 como en 4.30, los puntos inicial y final de estas gráficas coinciden para las distintas interfases, ya que para  $t = 0$ ,  $T_t = 0\%$  y  $(\Delta EP)_t = 0\%$  para todas las interfases y para  $t = T$ , es decir, en el momento final  $T_t = 100\%$  y  $(\Delta EP)_t = 100\%$  para todas las interfases, por lo que la mayor y más veraz información se obtiene en los tramos centrales de la gráfica. Además, en la parte inicial del proceso de mezcla todas las interfases son relativamente fuertes, y por eso los valores de  $(\Delta EP)_t$  para los primeros tramos de  $T_t$  tienden a ser más coincidentes para todas las interfases.

En conjunto, en las ultimas gráficas se puede observar que la conversión de energía potencial es más lenta para las interfases más fuertes. Así, para  $Q = 6 \text{ cm}^3/\text{s}$ , cuando el proceso de mezcla se encuentra aproximadamente en la mitad ( $T_t = 50\%$ ), y para una interfase inicial de  $\rho_1 = 1.057 \text{ g/cm}^3$ , se ha convertido aproximadamente un 50% de la energía potencial total, mientras que

para  $\rho_1 = 1.026 \text{ g/cm}^3$  se ha convertido en torno a un 56% . Para las interfases más débiles la conversión de energía potencial es mucho mayor y así para  $\rho_1 = 1.010 \text{ g/cm}^3$ , cuando  $T_t$  es aproximadamente el 50%, la conversión de energía potencial es de aproximadamente un 80% y algo mayor para  $\rho_1 = 1.004 \text{ g/cm}^3$ .

Lo que se aprecia en líneas generales es que, a igualdad de tiempo transcurrido ( $T_t$ ), el porcentaje de energía potencial transformada es mayor para interfases débiles que para aquellas más fuertes. Este resultado justificaría, de algún modo, la forma general de la curva de la eficiencia de mezcla frente al tiempo de mezcla para los experimentos de mezcla total, ya que en los números de Richardson más grandes (aquellos con interfase inicial más fuerte) el retraso que se produce en el tiempo total de mezcla puede venir justificado por la conversión más lenta de energía potencial que tiene lugar.

Otra forma de estudiar las posibles causas de este retraso en la eficiencia para números de Richardson altos es analizar precisamente la evolución del número de Richardson a lo largo del proceso de mezcla. De modo similar a las adimensionalizaciones anteriores, y para poder hacer la comparación de unos experimentos con otros, hemos usado en este análisis el tiempo adimensionalizado  $T_t$  de la fórmula 4.30 y el número de Richardson se ha normalizado según la siguiente relación:

$$(Ri)_t = \frac{Ri}{Ri_0} \quad (4.31)$$

donde  $Ri_0$  es el número de Richardson inicial, calculado antes de iniciarse el proceso de mezcla y  $Ri$  es el número de Richardson en un instante intermedio  $t$  de la mezcla. De este modo,  $(Ri)_t$  indica la fracción del número de Richardson inicial que hay en ese momento. Si lo expresamos en tanto por ciento,  $(Ri)_t$  sería el porcentaje que representa el número de Richardson en el momento  $t$ ,

con respecto al valor inicial.

En las tablas 4.11, 4.12 y 4.13 se encuentran para los distintos caudales (6, 9 y 13) los sucesivos valores de  $T_t$  y  $(Ri)_t$ .

Como se desprende de estos cálculos, así como de las figuras 4.42, 4.43 y 4.44, para las interfases con número de Richardson mayor la evolución es distinta que para aquellas interfases más débiles.

**Tabla 4.11**  
Valores de  $(Ri)_t$  y  $T_t$  para  $Q = 6 \text{ cm}^3/\text{s}$

$\rho_1 = 1.057$		$\rho_1 = 1.026$		$\rho_1 = 1.010$		$\rho_1 = 1.004$	
$T_t$	$(Ri)_t$	$T_t$	$(Ri)_t$	$T_t$	$(Ri)_t$	$T_t$	$(Ri)_t$
0	100	0	100	0	100	0	100
1.78	96.48	11.53	80.58	7.14	80	25.00	26.03
8.92	84.24	19.53	65.29	21.42	45	41.66	8.63
14.28	78.91	30.76	53.64	35.71	20	58.33	4.243
21.42	70.18	46.15	34.66	100	0	83.33	2.19
28.57	59.63	61.53	15.29			100	0
35.71	49.09	76.92	3.39				
57.14	33.33	100	0				
67.85	17.46						
78.57	3.40						
89.28	1.70						
100	0						

Las interfases que son más fuertes inicialmente mantienen una mayor estabilidad durante más tiempo (del proceso total de mezcla) que aquellas que son más débiles. Así por ejemplo, si nos fijamos en los experimentos con  $Q = 13 \text{ cm}^3/\text{s}$  (fig. 4.44) para  $T_t$  aproximadamente 50%, el valor de  $(Ri)_t$  es algo menor del 50% para la interfase inicial de  $\rho_1 = 1.097 \text{ g/cm}^3$ . Para la interfase de  $\rho_1 = 1.064 \text{ g/cm}^3$ , con el mismo porcentaje de tiempo del proceso de mezcla transcurrido (50%),  $(Ri)_t$  es algo menor del 40%, mientras

que para  $\rho_1 = 1.017 \text{ g/cm}^3$  el valor de  $(Ri)_t$  se sitúa en torno al 20%, y para  $\rho_1 = 1.010 \text{ g/cm}^3$  tiene un valor algo mayor de 10% .

**Tabla 4.12**  
Valores de  $(Ri)_t$  y  $T_t$  para  $Q = 9 \text{ cm}^3/\text{s}$

$\rho_1 = 1.081$		$\rho_1 = 1.053$		$\rho_1 = 1.023$		$\rho_1 = 1.010$	
$T_t$	$(Ri)_t$	$T_t$	$(Ri)_t$	$T_t$	$(Ri)_t$	$T_t$	$(Ri)_t$
0	100	0	100	0	0	0	100
5.35	77.91	1 3 .88	66.19	15.00	56.17	27.27	26.17
8.92	74.02	2 7 .77	56.76	25.00	43.82	45.45	16.10
14.28	70.75	3 8 .88	44.51	40.00	23.82	100	0
21.42	63.58	4 4 .44	39.28	50.00	14.41		
28.57	60.74	5 0 .00	30.99	100	0		
32.14	56.42	5 5 .55	28.69				
35.71	53.23	6 1 .11	19.13				
42.85	45.38	1 00	0				
50.00	42.09						
57.14	38.91						
64.28	32.44						
67.85	24.67						
71.42	16.82						
78.57	9.05						
100	0						

**Tabla 4.13**  
Valores de  $(Ri)_t$  y  $T_t$  para  $Q = 13 \text{ cm}^3/\text{s}$

$\rho_1 = 1.097$		$\rho_1 = 1.064$		$\rho_1 = 1.017$		$\rho_1 = 1.010$	
$T_t$	$(Ri)_t$	$T_t$	$(Ri)_t$	$T_t$	$(Ri)_t$	$T_t$	$(Ri)_t$
0	100	0	100	0	100	0	100
6.81	92.10	1 1 .53	80.90	33.33	37.91	39.13	27.00
11.36	86.51	1 9 .23	68.75	55.55	15.83	65.21	9.15
27.27	69.57	3 0 .76	58.41	100	0	100	0
36.36	67.96	4 6 .15	41.02				
46.51	50.42	6 1 .53	32.38				
59.09	42.75	7 6 .92	24.23				
72.72	33.94	9 2 .30	12.50				
87.39	19.69	1 00	0				
100	0						

Para los otros dos caudales el comportamiento observado es

similar. Del análisis de estos resultados se desprende también que cuanto mayor es la interfase inicial (y por lo tanto el número de Richardson) mayor resistencia hay a erosionar la interfase de densidad (esto se ve en el mantenimiento de la fortaleza de la interfase durante más tiempo del proceso global de mezcla), lo cual produce una mayor generación de ondas internas que, de cara al cómputo global del tiempo de mezcla, retrasan la misma y dan lugar al comportamiento característico de la eficiencia de mezcla con el número de Richardson (figuras 4.17 a 4.20) y del tiempo total de mezcla frente al número de Richardson (figuras 4.12 a 4.15). De hecho, según Redondo (1987), la energía disipada por las ondas que se propagan lateralmente por una interfase es directamente proporcional a la diferencia de densidad que existe a través de dicha interfase; por lo tanto, cuanto más tiempo se mantenga fuerte la interfase, más energía se disipará.

#### IV.3 NUMEROS ADIMENSIONALES EN LA ATMOSFERA Y EN EL OCEANO

A través de los experimentos llevados a cabo hasta ahora, hemos visto como en el laboratorio se puede modelar el proceso de ruptura y debilitamiento de una interfase por generación de convección. Ahora bien, esta situación no es sólo algo artificial que hayamos creado sin más en el laboratorio, sino que es una situación que podemos encontrar de manera natural en la atmósfera y en el océano. Vamos a considerar en este apartado algunos ejemplos calculando además los correspondientes parámetros adimensionales en situaciones geofísicas reales.

El cálculo de los números de Richardson en la atmósfera y el océano está referido en este caso a la interfase estable que la convección tiende a debilitar, y si es suficientemente fuerte romper. Si la interfase esta vez está caracterizada por un salto de temperatura ( $\Delta T$ ), podemos calcular el número de Richardson como:

$$Ri = \frac{g \alpha \Delta T h}{u'^2} \quad (4.32)$$

donde hemos sustituido  $\Delta p/\rho$  por  $\alpha\Delta T$ ,  $h$  sería la escala de la turbulencia en cada caso y  $u'$  la velocidad turbulenta. El número de Richardson en este caso se ha calculado como un número de Richardson local, y representaría de alguna manera la fortaleza de la interfase, si va a ser fácilmente erosionada o no. A mayor número de Richardson será más difícil la ruptura de la interfase.

Un comentario que debemos hacer aquí es que creemos más conveniente utilizar los valores de difusividad y de viscosidad turbulentos, en lugar de los moleculares, en los cálculos del número de Rayleigh y Reynolds en la atmósfera y en el océano, ya que la disipación molecular se puede considerar despreciable comparada con la disipación turbulenta. Así pues, los valores utilizados han sido de  $6 \cdot 10^7$  para la viscosidad turbulenta y de  $8.32 \cdot 10^7$  para la difusividad turbulenta en la atmósfera. En el océano los valores son de  $4.01 \cdot 10^6$  para la viscosidad y  $5.68 \cdot 10^5$  para la difusividad; todos los valores han sido medidos en  $\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$  (Chopra y Hubert, 1965). Valores algo menores dan Mainardi et al. (1991) No obstante, hemos realizado también el cálculo con los valores moleculares para poder apreciar la diferencia. Todos los cálculos se pueden encontrar en la tabla 4.14.



Tabla 4.14

Números adimensionales en la atmósfera, el océano y el experimento de laboratorio.

Proceso	$Ra_{(tur)}$	$Ra_{(mol)}$	$Re_0$	$Re$	$Ri$
Experimento laboratorio	—	$1.8 \cdot 10^6$	418	361	0.1-10
Isla térmica	0.18	$2.9 \cdot 10^{16}$	$2.6 \cdot 10^4$	0.1	17
Tormenta débil	136	$2.2 \cdot 10^{19}$	$3.7 \cdot 10^5$	2.6	5.6
Tormenta fuerte	$3.4 \cdot 10^4$	$5.5 \cdot 10^{21}$	$10^6$	75	0.3
Termoclina	0.06	$9.1 \cdot 10^{15}$	$1.9 \cdot 10^3$	$2.5 \cdot 10^{-3}$	$2.6 \cdot 10^3$
Explosión nuclear	$7.0 \cdot 10^{10}$	$1.1 \cdot 10^{28}$	$3.3 \cdot 10^8$	$1.6 \cdot 10^3$	$3.4 \cdot 10^{-3}$

En primer lugar, hemos considerado la convección que se produce debido al fenómeno de isla térmica urbana. Este fenómeno consiste en que la temperatura de grandes núcleos urbanos es mayor que la de los alrededores rurales (Oke, 1982; Ackerman, 1985; Yagüe et al., 1991), pudiendo llegar hasta los  $10^\circ\text{C}$  de diferencia. En noches con poco viento y cielos despejados, que dan lugar a una fuerte irradiación nocturna, se producen inversiones térmicas que constituyen una interfase estable en la atmósfera. Esta interfase puede ser atenuada por la convección producida por la isla térmica, ya que el foco de calor que supone la ciudad en el entorno más frío en el que se encuentra hace que se generen movimientos convectivos. De hecho, se ha observado que las inversiones en superficie son menos intensas y menos frecuentes en la ciudad que en las áreas rurales adyacentes (Pielke y Segal, 1986). En este caso de interfase estable, el número de Rayleigh está en torno a 0.18, muy por debajo del alcanzado en nuestro experimento ( $Ra$  del orden de  $10^6$ ), por ello sería difícil que una convección de este tipo llegara a romper la inversión por

completo (el número de Richardson está cercano a 17, lo que implica una estabilidad local alta).

En el caso de considerar una tormenta convectiva de gran envergadura, que produce convección en los 10 km de la troposfera, llegando incluso a sobrepasarla, y en la que se pueden producir diferencias de temperatura del orden de  $60^{\circ}\text{C}$  o más entre el suelo y las masas de aire en la parte alta de la troposfera (Weisman y Klemp, 1986), el número de Rayleigh es del orden de  $10^4$ . La interfase que en este caso podría romperse es la tropopausa, interfase que con las condiciones de convección de una tormenta fuerte le corresponde un número de Richardson aproximado de 0.33. Como vemos es bastante más pequeño que antes, por lo que la probabilidad de romper la interfase aumenta. Esto es en cierta medida lógico, ya que la convección que se produce es mucho más vigorosa que en el caso de isla térmica urbana. Un caso intermedio sería una tormenta débil, cuyos cálculos están también reflejados en la tabla 4.14, con un  $Ra$  de 136 y un  $Ri$  de 5.6. Como se ve, a mayor  $Ra$  y menor  $Ri$  se dan las condiciones propicias de una fuerte convección y un aumento de probabilidad para destruir la interfase.

Un caso oceánico de interfase estable lo podemos encontrar en la termoclina, donde el agua más densa y fría está más profunda que la ligera y caliente. Un enfriamiento de la capa más superficial del océano, por medio de una masa de aire frío que se ha situado encima, puede producir convección oceánica. Las velocidades verticales pueden ser de algunos  $\text{cm s}^{-1}$  (Pickard y Emery, 1982) y el número de Rayleigh es muy bajo, 0.06, por lo que la convección resultante es bastante débil y la mezcla no va a ser muy grande. Podemos apreciar que en correspondencia el número de Richardson es bastante elevado (2600).

Por último, consideraremos el caso de convección producida en la atmósfera por una explosión nuclear. La diferencia de temperatura alcanzada puede estar en el millón de grados,

produciéndose velocidades verticales del orden de  $1000 \text{ m s}^{-1}$ . El número de Rayleigh estaría en torno a  $10^{10}$  y  $Ri$  alrededor de  $10^{-3}$  por lo que la ruptura de la tropopausa, que sería nuevamente la interfase considerada, resultaría muy sencilla y probable.

Por lo tanto, el rango de valores de nuestro experimento corresponde a un caso algo más vigoroso que el de una tormenta severa.

#### IV.4 FENOMENOS DE INTERMITENCIA OBSERVADOS EN LOS EXPERIMENTOS DE LABORATORIO

La intermitencia parece ser uno de los factores distintivos de la turbulencia, apareciendo con más claridad cuando se trata de turbulencia en situaciones estables. Podemos encontrar algunos casos de intermitencia con datos atmosféricos (Kondo et al., 1978; Mahrt, 1989) o en Redondo (1987) en un estudio de los efectos de la proximidad del suelo en un gas denso. Nosotros hemos investigado el fenómeno de la intermitencia sobre la eficiencia de mezcla.

Para ello, en los experimentos de laboratorio realizados para el estudio de la evolución del proceso de mezcla, hemos calculado la eficiencia de mezcla entre cada instante  $t_i$  y el  $t_{i+1}$  a lo largo de todo el proceso. En las figuras 4.45, 4.46 y 4.47 están representados los resultados de estas eficiencias, viendo su variación con el tiempo para los tres caudales utilizados. En la mayoría de los casos se puede apreciar claramente cómo a lo largo del proceso de mezcla se producen continuos altibajos, lo que denota una intermitencia en la eficiencia de mezcla. En este caso, esta intermitencia podría venir justificada por la formación y ruptura de ondas internas en la interfase de densidad. La formación de ondas internas en la interfase dificulta la mezcla (esto daría lugar a eficiencias bajas), pero de vez en cuando estas ondas rompen, produciendo mezcla, ya que la ruptura de ondas internas es un mecanismo que favorece la mezcla (eficiencias más

altas). Esta alternancia en la formación y ruptura de ondas internas sería una posible explicación al fenómeno de intermitencia en condiciones de estratificación estable. De hecho, cuando las interfases son más bien débiles, se aprecia cómo en lugar de un fenómeno tan marcadamente intermitente lo que se observa es más bien una tendencia a disminuir monótonamente la eficiencia de mezcla.

## APENDICE C

## FIGURAS DEL CAPITULO IV

(De la 4.1 a la 4.6)

Fig 4.1: Serie de fotografías del proceso de mezcla desde el inicio(a) hasta que la mezcla es total(f).

Fig 4.2: Disposición de las sondas de conductividad para calcular el tiempo de mezcla.

Fig 4.3: Variación de la densidad con el tiempo. Cuando las distintas gráficas procedentes de distintas sondas se juntan se considera que la columna de fluido está bien mezclada. La línea continua indica sondas por debajo de la interfase inicial mientras que la discontinua indica sondas inicialmente encima de ella.

Fig 4.4: Perfil de densidad antes de iniciarse la mezcla.

Fig 4.5: Perfil de densidad cuando la mezcla ha finalizado y la columna de fluido es totalmente homogénea.

Fig 4.6: Esquema del experimento. Las burbujas ascienden a través de la interfase con velocidad  $V$  y generan una célula convectiva.



FIG. 4.1a



FIG. 4.1b



FIG. 4.1c



FIG. 4.1d



FIG. 4.1e



FIG. 4.1f

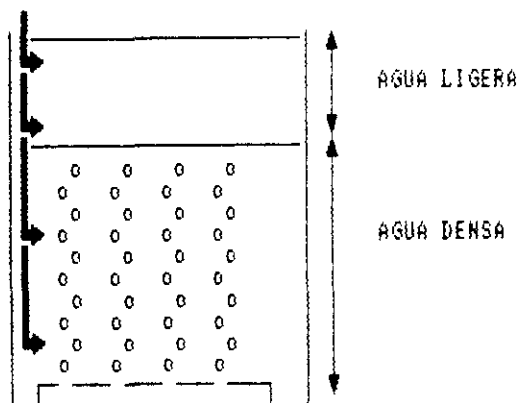


FIG. 4.2

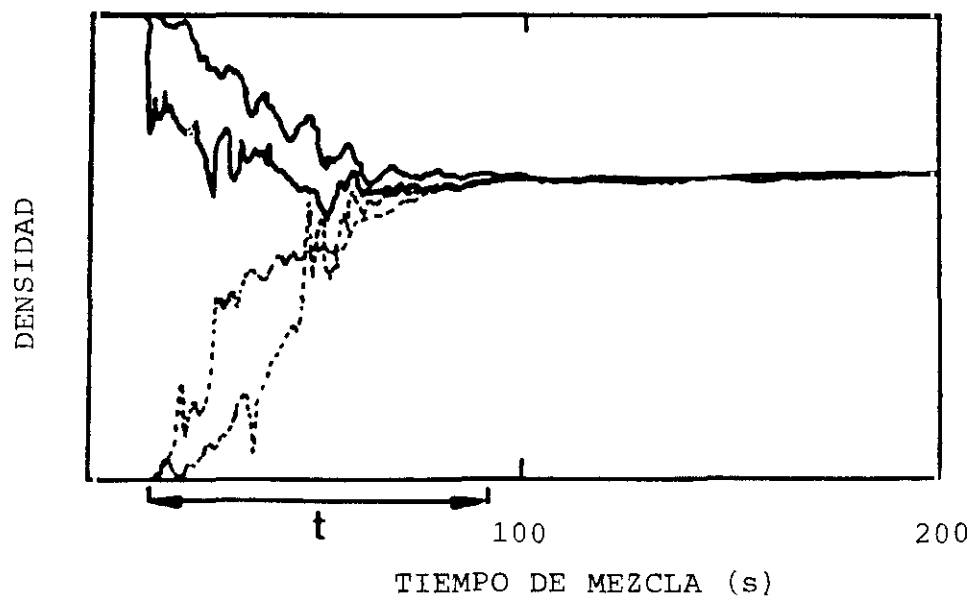


FIG. 4.3



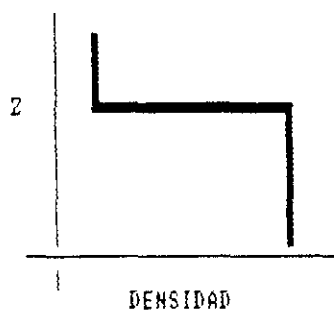


FIG. 4.4

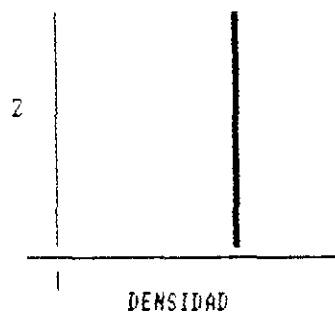


FIG. 4.5

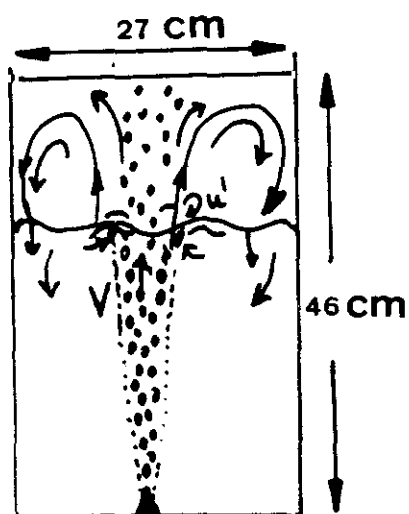


FIG. 4.6

#### FIGURAS DEL CAPITULO IV

(De la 4.7 a la 4.15)

Fig 4.7: Representación logarítmica del tiempo de mezcla frente al número de Richardson para el tubo número 1.

Fig 4.8: Idem que en la figura 4.7 pero para el tubo número 2.

Fig 4.9: Idem que en la figura 4.7 pero para el tubo número 3.

Fig 4.10: Idem que en la figura 4.8 pero para el tubo número 4.

Fig 4.11: Tiempo de mezcla frente al número de Richardson en escala logarítmica para los cuatro tubos utilizados. El significado de los símbolos es el mismo que para las gráficas anteriores.

Fig 4.12: Representación logarítmica del tiempo de mezcla adimensionalizado frente al número de Richardson para el tubo 1. Se muestran las rectas de ajuste para los distintos rangos de  $Ri$ .

Fig 4.13: Idem que en 4.12 para el tubo número 2.

Fig 4.14: Idem que en 4.12 para el tubo número 3.

Fig 4.15: Idem que en 4.12 para el tubo número 4.

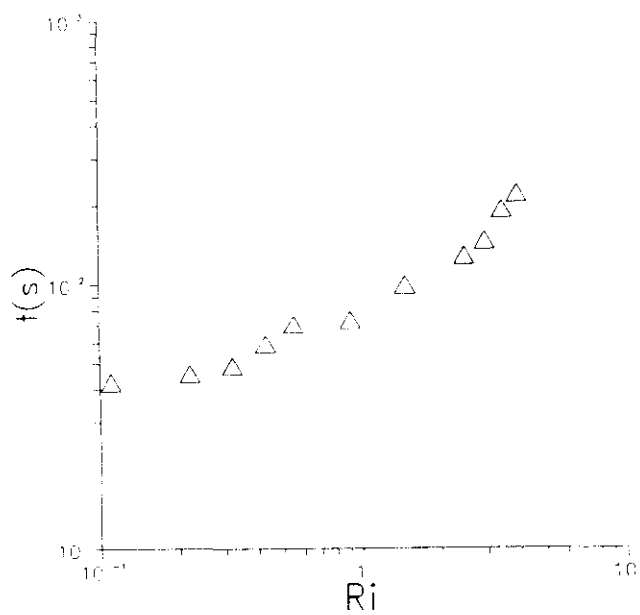


FIG. 4.7

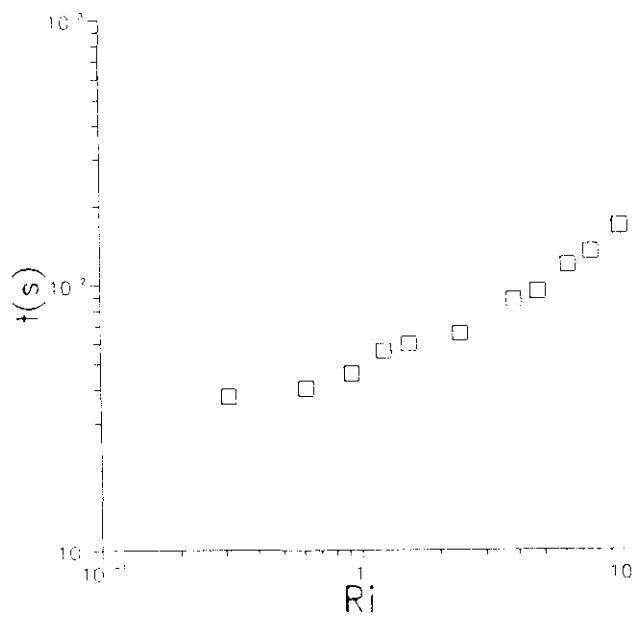


FIG. 4.8

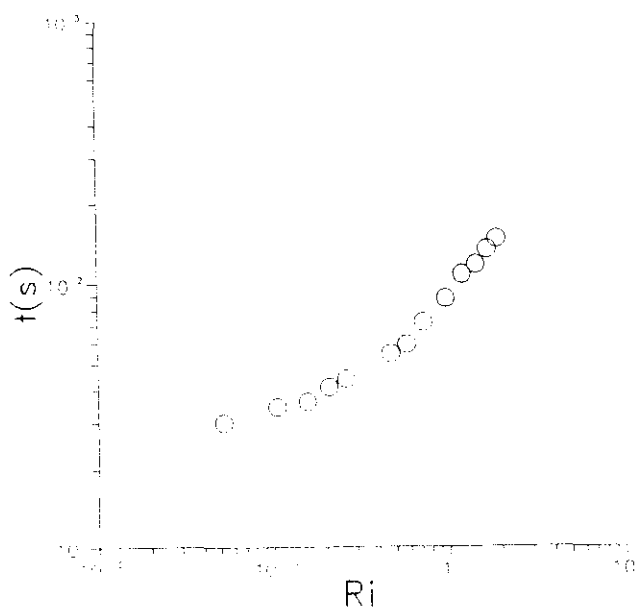


FIG. 4.9

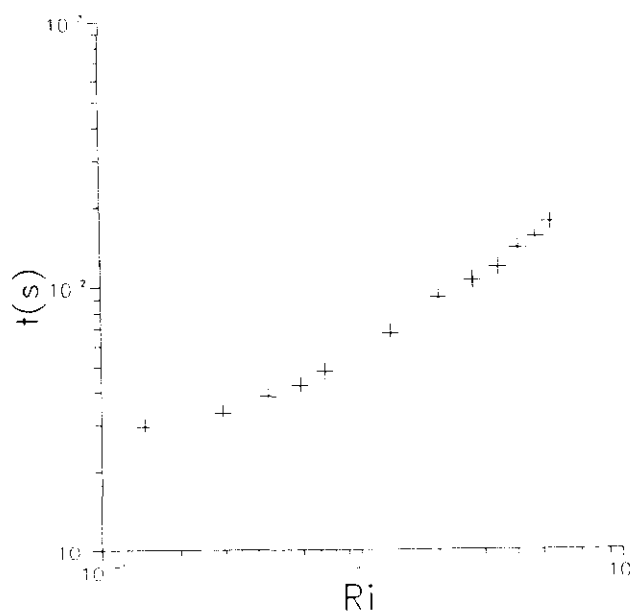


FIG. 4.10

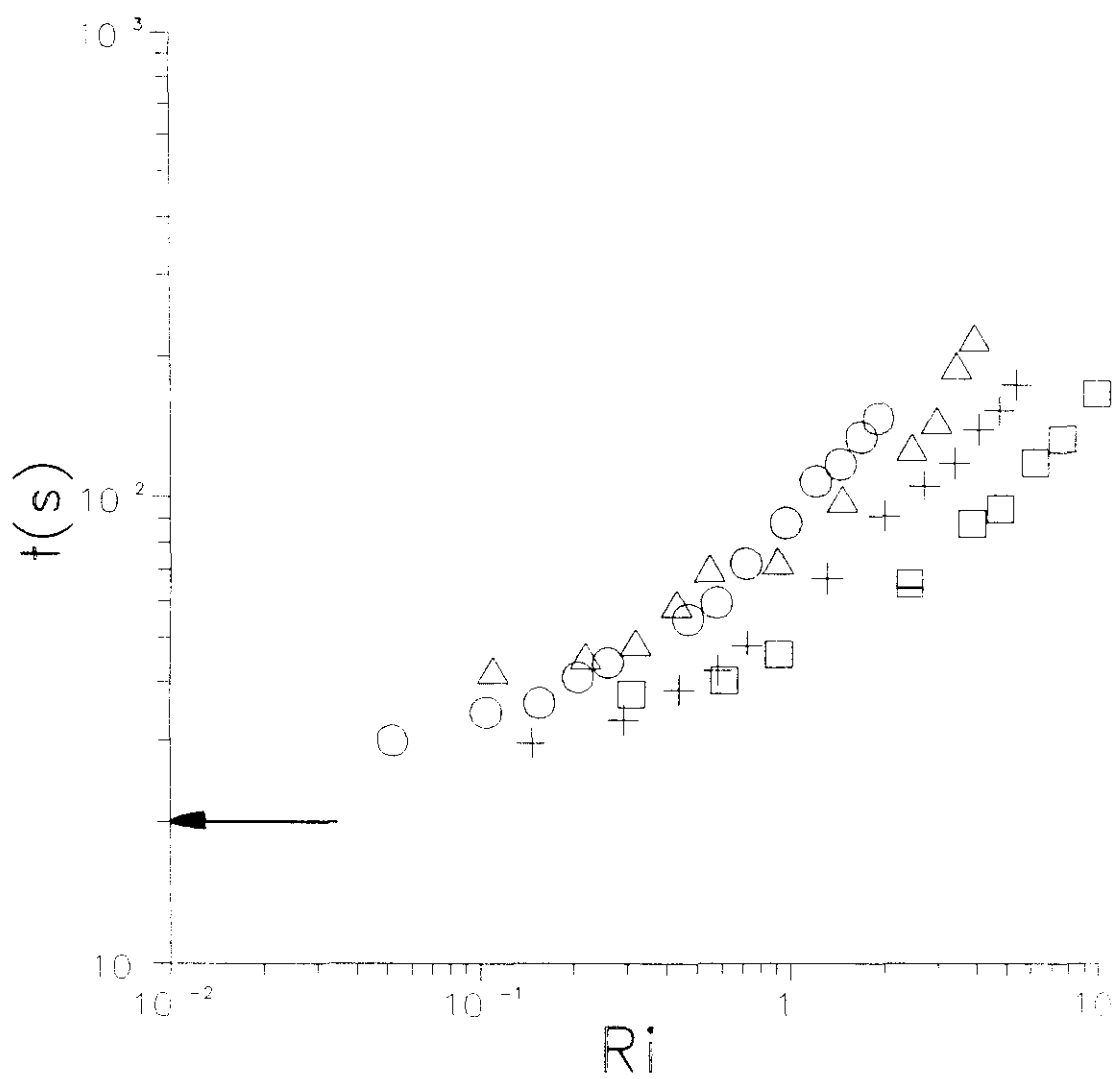


FIG. 4.11

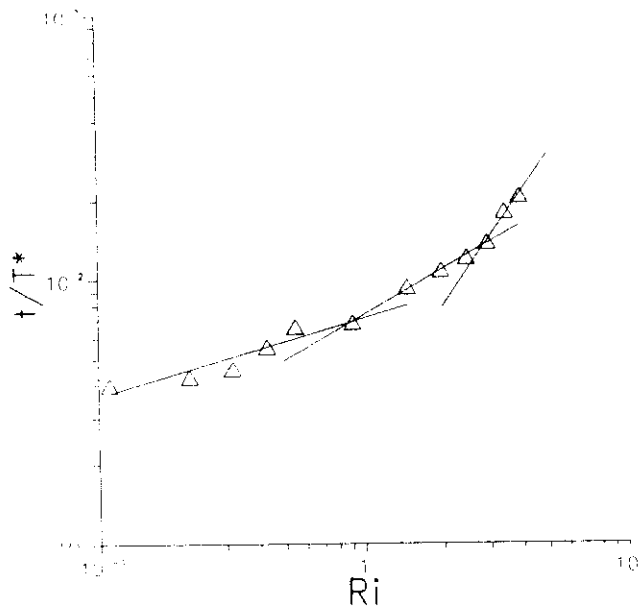


FIG. 4.12

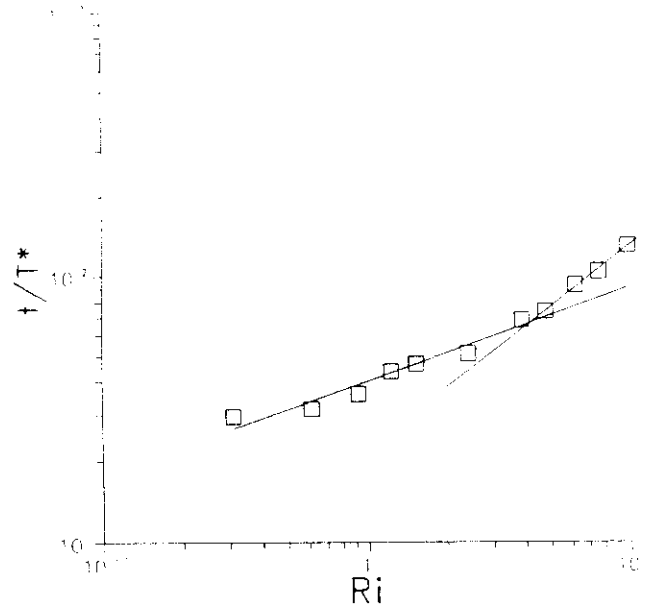


FIG. 4.13

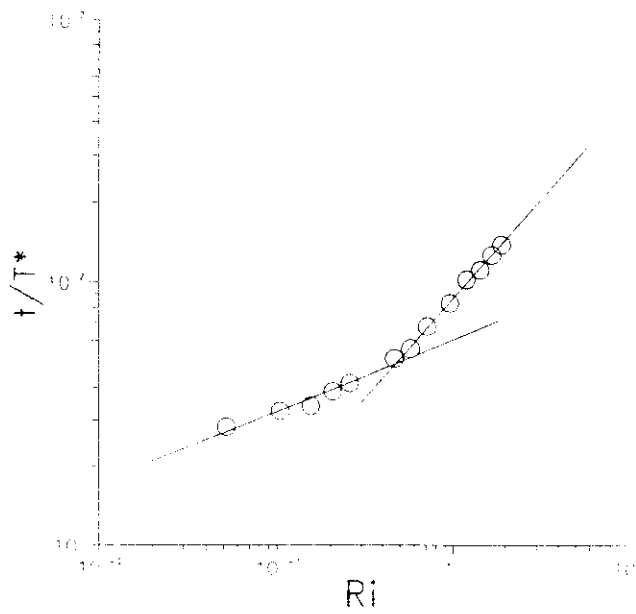


FIG. 4.14

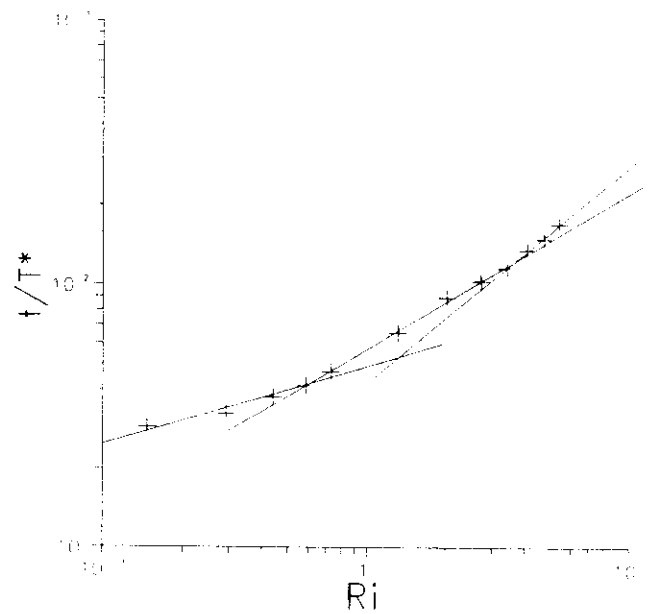


FIG. 4.15

#### FIGURAS DEL CAPITULO IV

(De la 4.16 a la 4.24)

Fig 4.16: Representación gráfica de la eficiencia de mezcla frente al número de Richardson según la fórmula 4.26 para tres valores distintos de  $n$ .

Fig 4.17: Representación logarítmica de la eficiencia de mezcla frente a  $Ri$  con las rectas de ajuste para distintos rangos de  $Ri$  con el tubo 1.

Fig 4.18: Idem que en 4.17 para el tubo 2.

Fig 4.19: Idem que en 4.18 para el tubo 3.

Fig 4.20: Idem que en 4.19 para el tubo 4.

Fig 4.21: Representación logarítmica de la eficiencia de mezcla expresada en porcentaje frente a  $Ri$  para los cuatro tubos usados. El significado de los símbolos es el mismo que para las figuras anteriores.

Fig 4.22: Representación logarítmica del tiempo de mezcla adimensionalizado frente a  $Ri$  para  $Q = 15 \text{ cm}^3/\text{s}$  y  $Q = 12 \text{ cm}^3/\text{s}$ . El primero viene representado por la estrella y el segundo por el símbolo del asterisco.

Fig 4.23: Representación logarítmica de la eficiencia de mezcla frente a  $Ri$  para  $Q = 15 \text{ cm}^3/\text{s}$  y  $Q = 12 \text{ cm}^3/\text{s}$ . Los símbolos son iguales que en la figura 4.22.

Fig 4.24: Representación logarítmica de la eficiencia de mezcla frente a  $R_1$  para  $Q = 32 \text{ cm}^3/\text{s}$ ,  $Q = 15 \text{ cm}^3/\text{s}$  y  $Q = 12 \text{ cm}^3/\text{s}$ . Para el caudal mayor el símbolo utilizado ha sido la cruz.

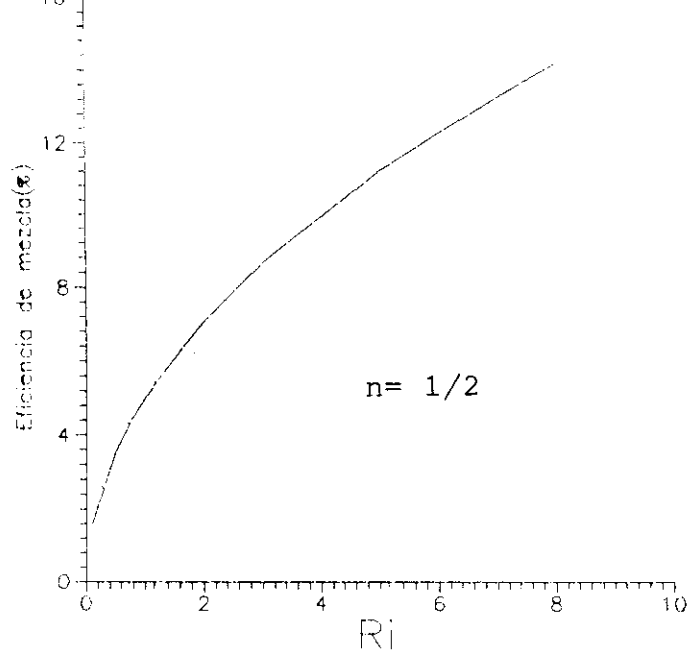
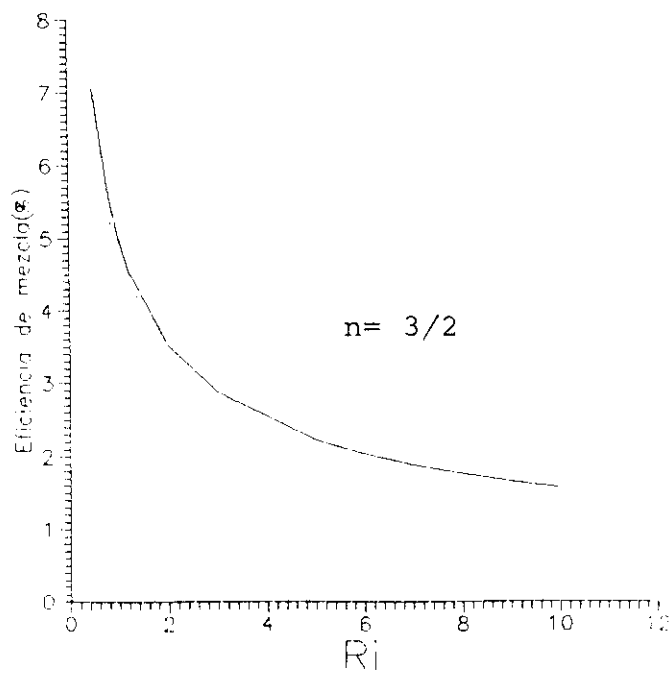
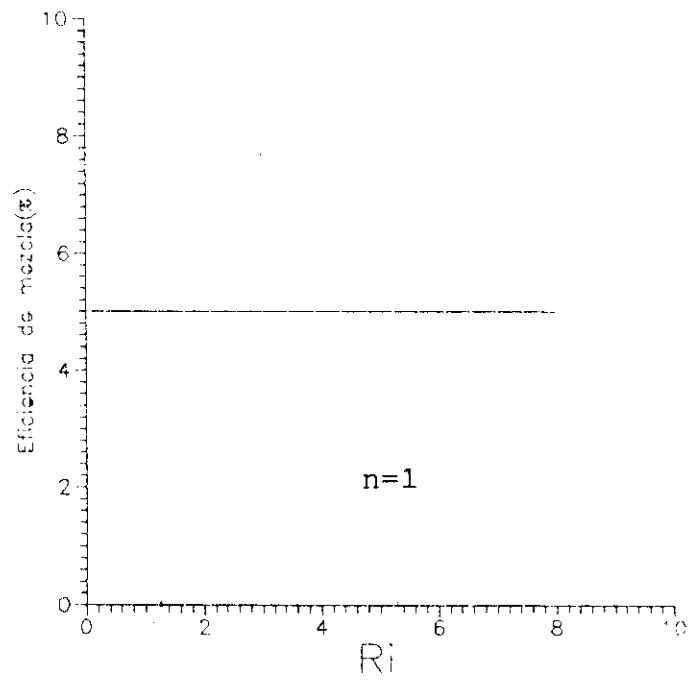


FIG. 4.16





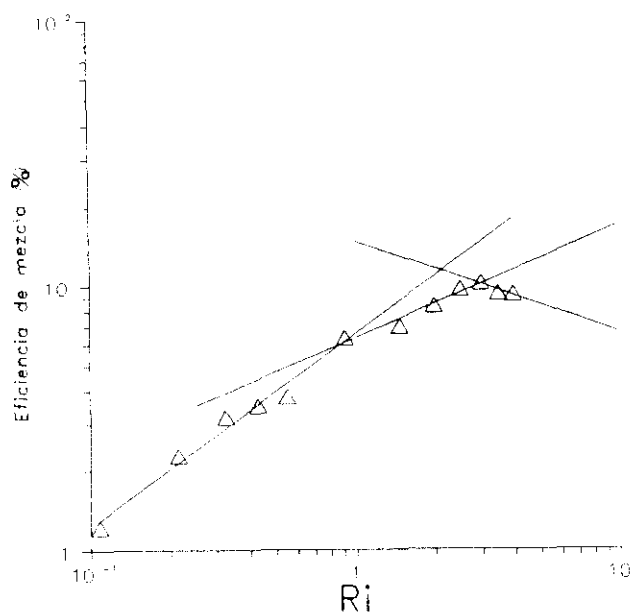


FIG. 4.17

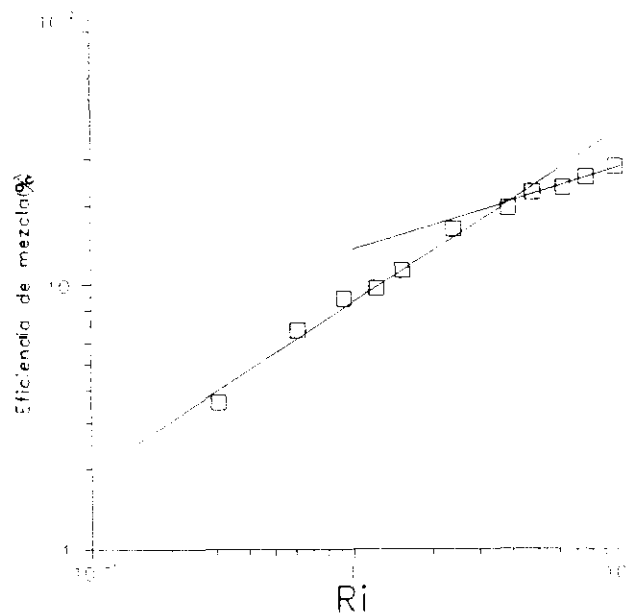


FIG. 4.18

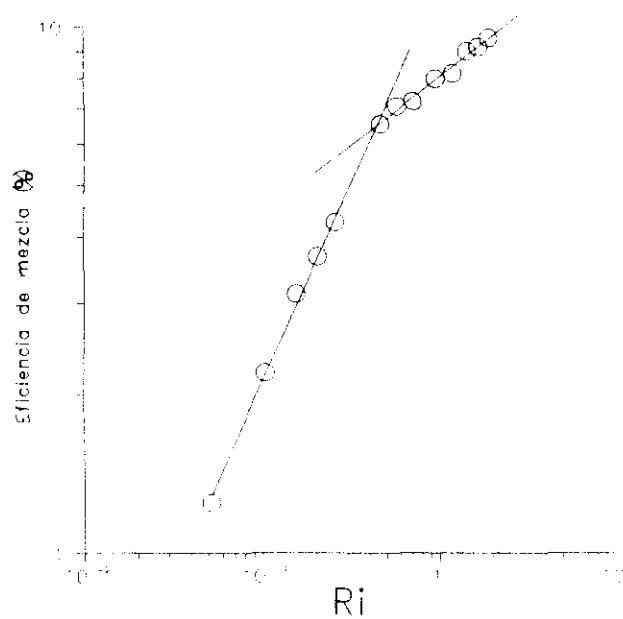


FIG. 4.19

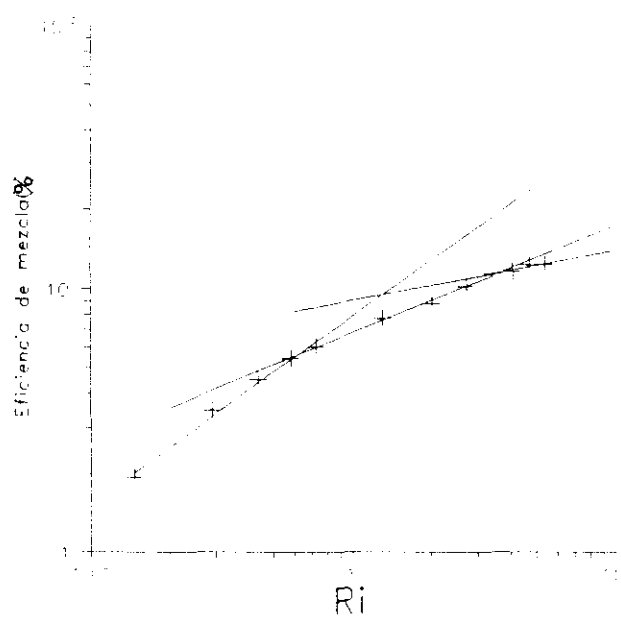


FIG. 4.20

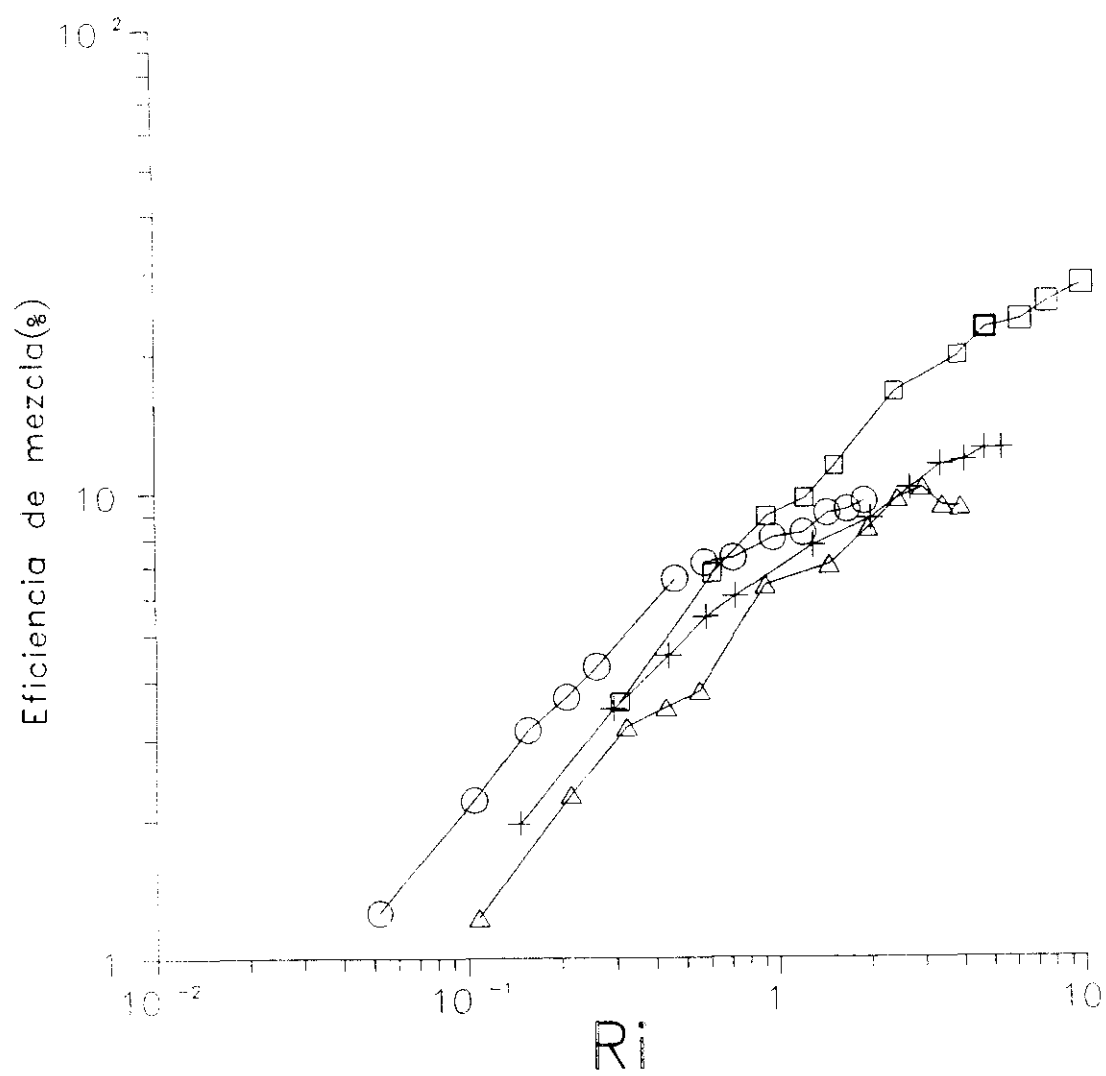


FIG. 4.21

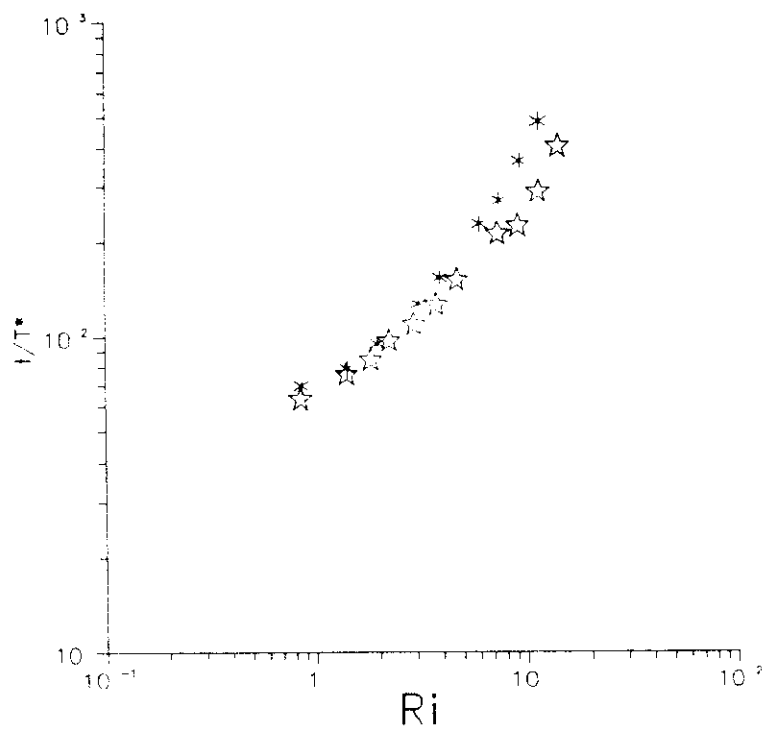


FIG. 4.22

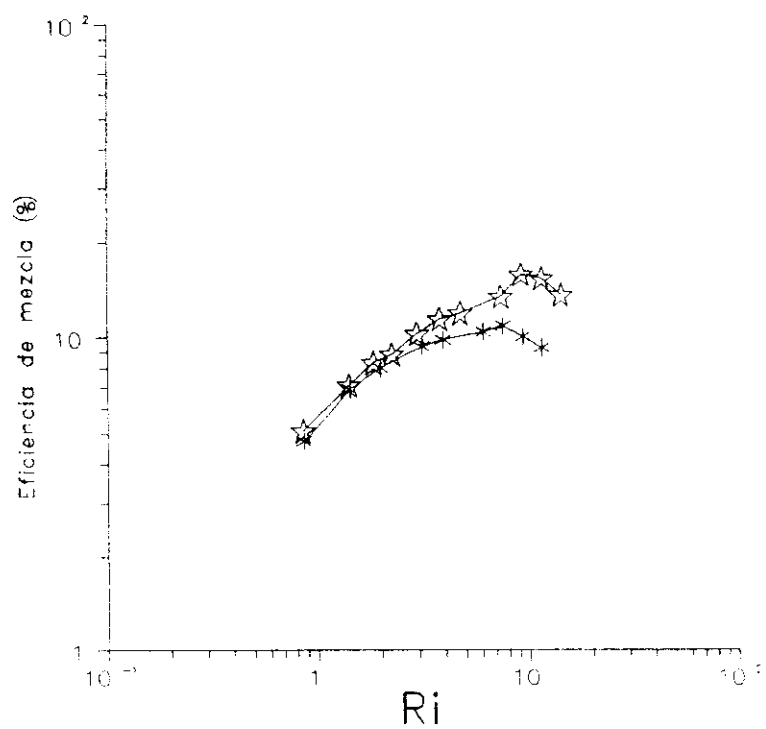


FIG. 4.23

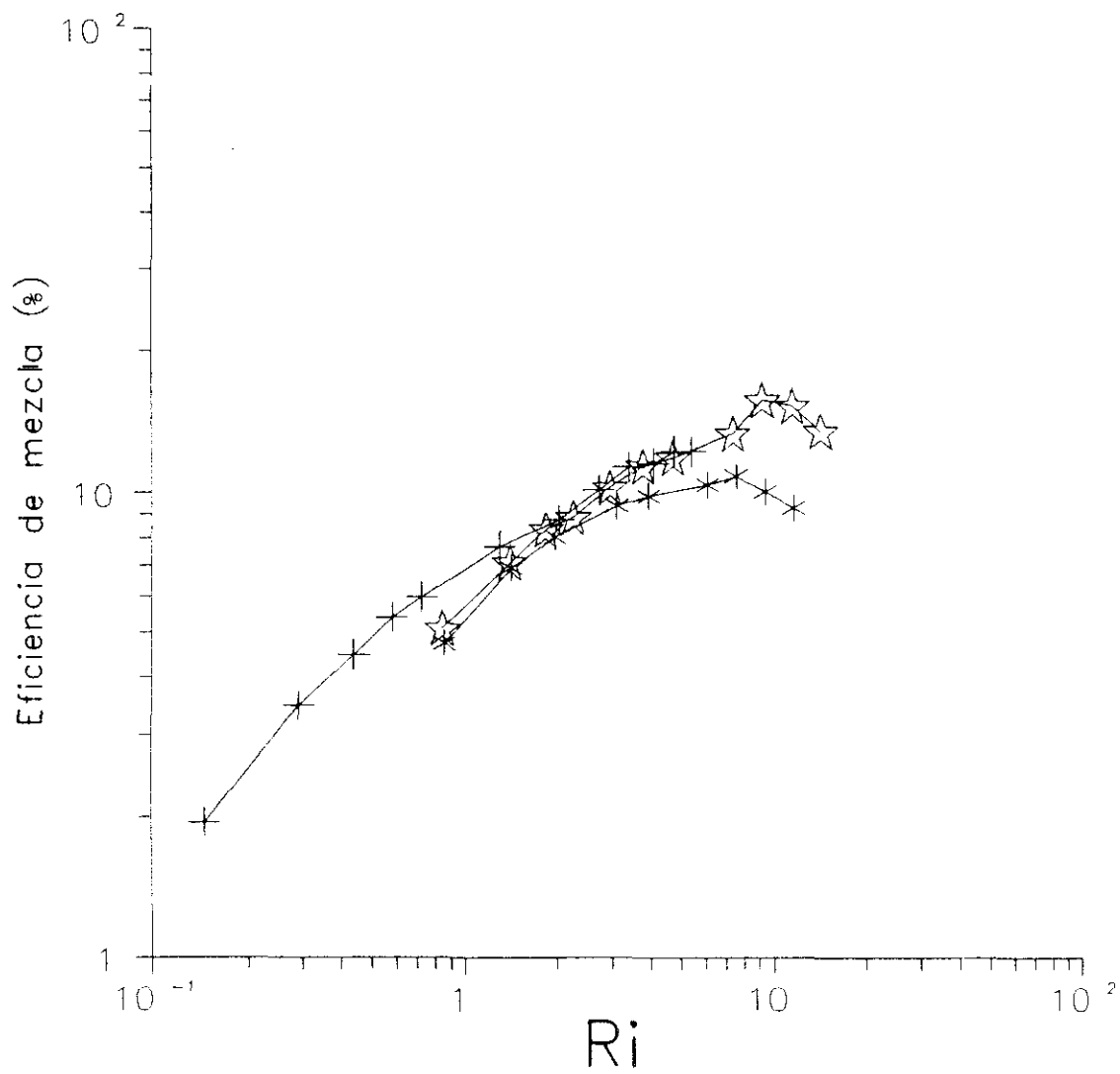


FIG. 4.24

## FIGURAS DEL CAPITULO IV

(De la 4.25 a la 4.29)

Fig 4.25: Típico perfil de densidad inicial a  $t=0$  segundos tomado con la sonda móvil. La densidad está expresada como  $\sigma$ , es decir, en tantos por mil,  $(\rho-1)1000$ .

Fig 4.26: Evolución del perfil de densidad con el tiempo para  $Q = 9 \text{ cm}^3/\text{s}$  y  $\rho_1 = 1.081 \text{ g/cm}^3$ . En cada perfil se indica el tiempo en segundos desde que se inició el proceso de mezcla.

Fig 4.27: Idem que en 4.26 para  $\rho_1 = 1.010 \text{ g/cm}^3$ .

Fig 4.28: Idem que en 4.26 para  $\rho_1 = 1.053 \text{ g/cm}^3$ .

Fig 4.29: Idem que en 4.26 para  $\rho_1 = 1.023 \text{ g/cm}^3$ .

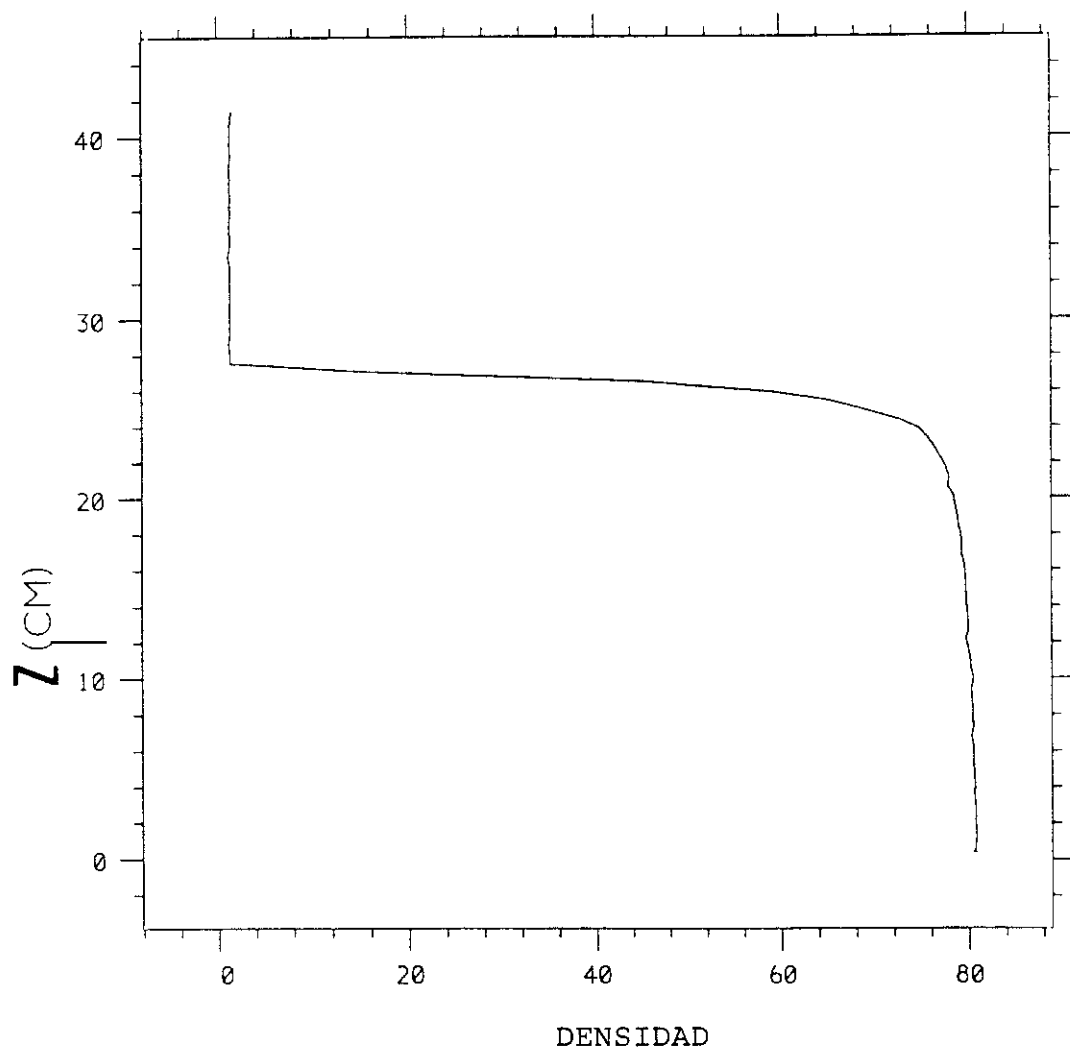


FIG. 4.25

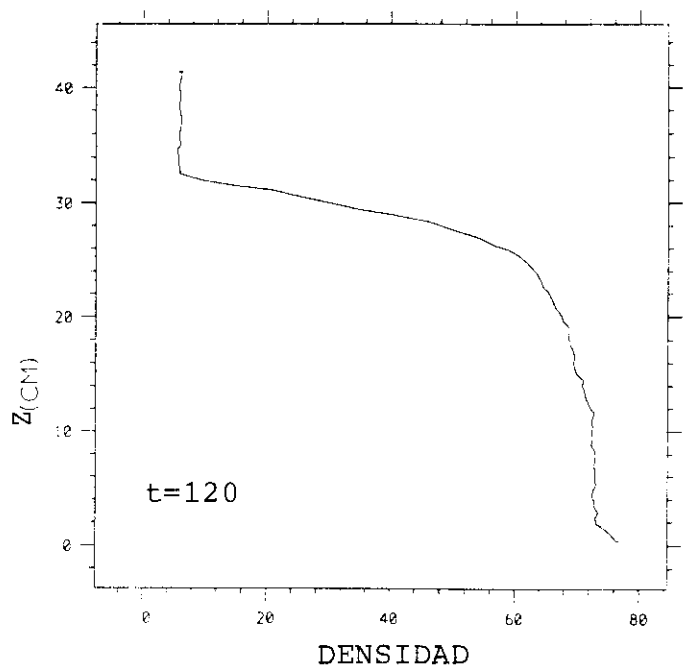
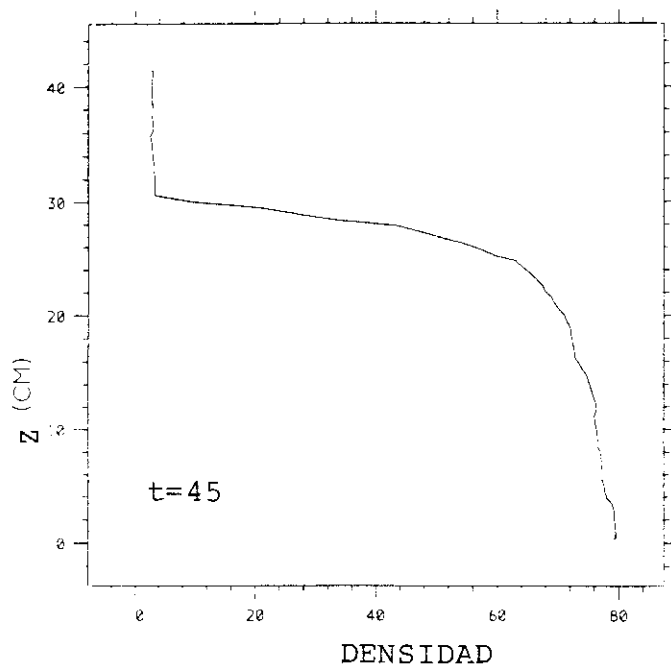
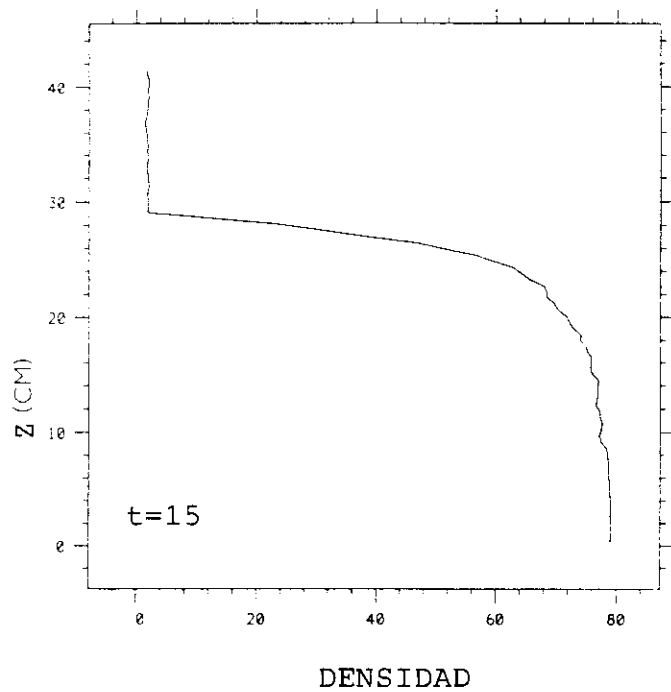
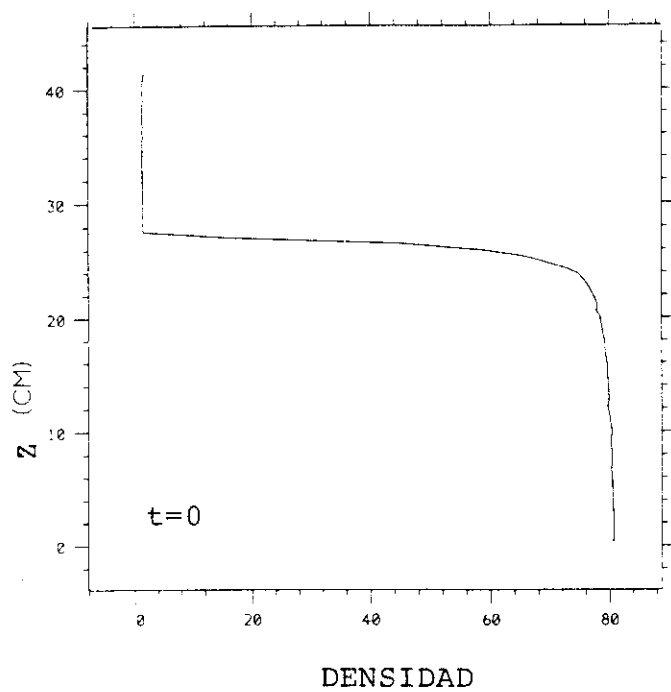


FIG. 4.26

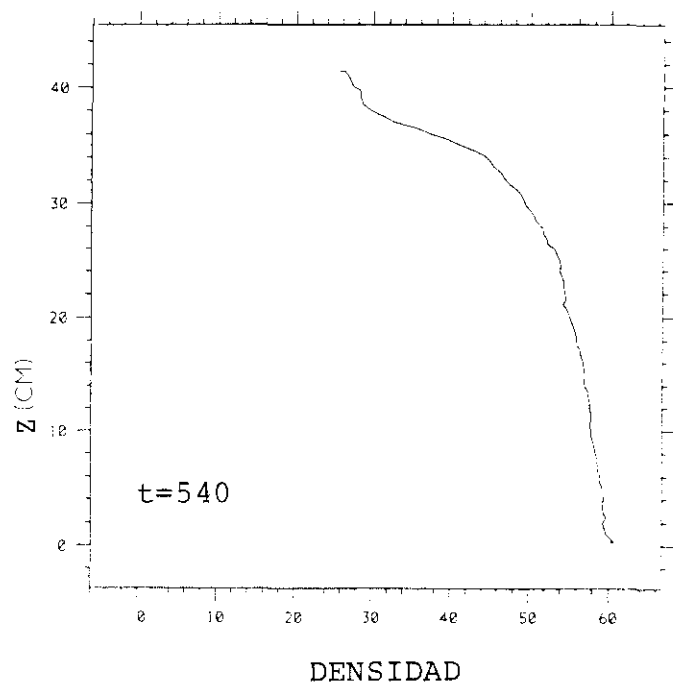
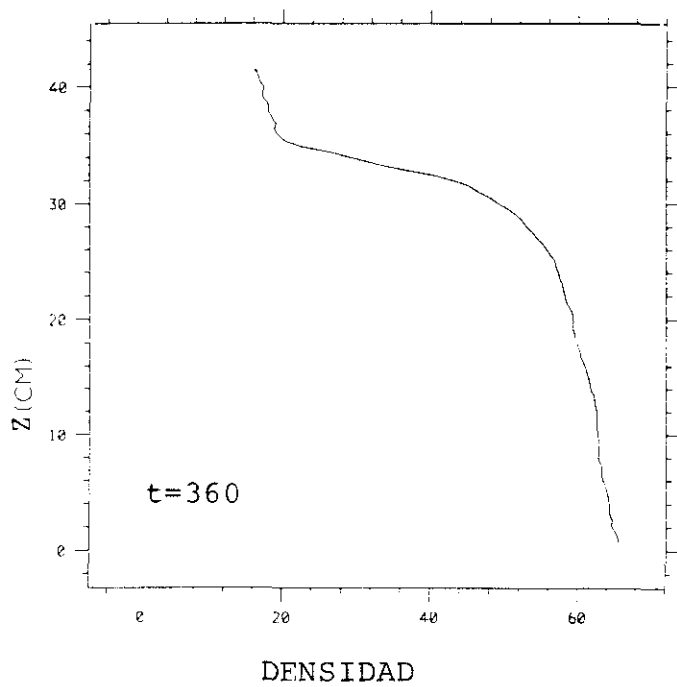
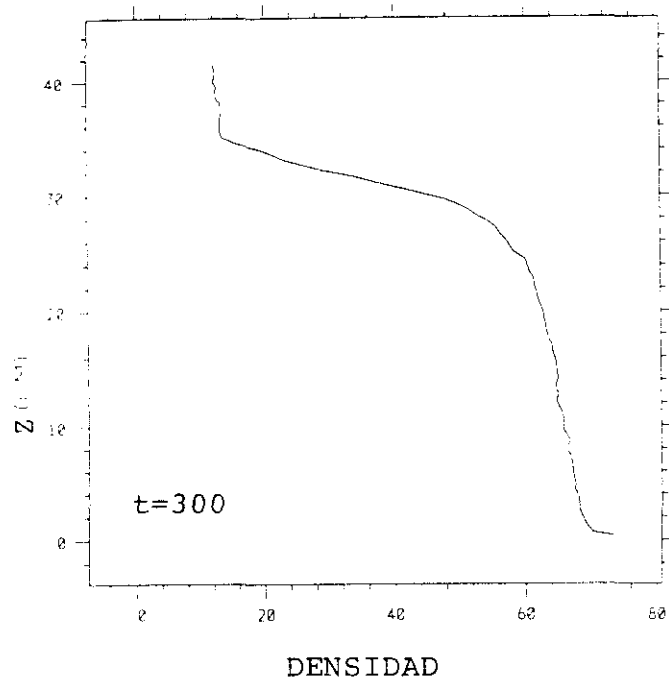
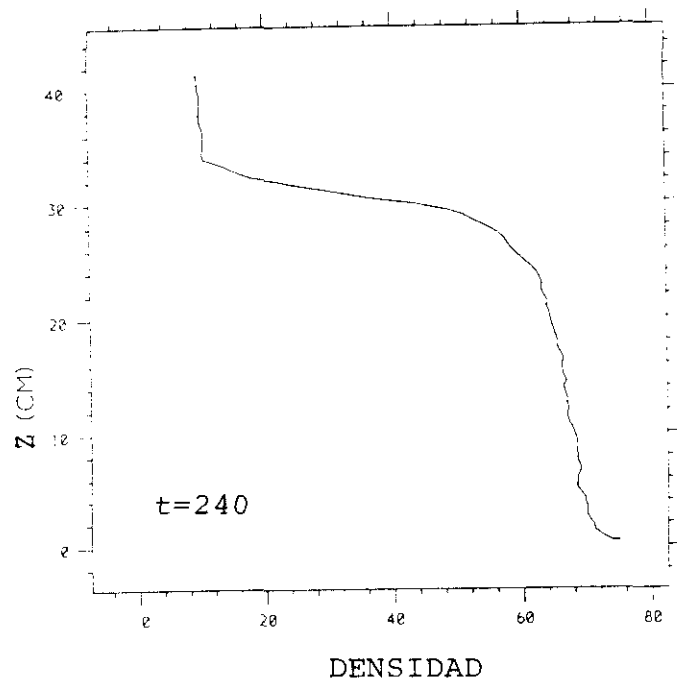


FIG. 4.26 (Cont.)



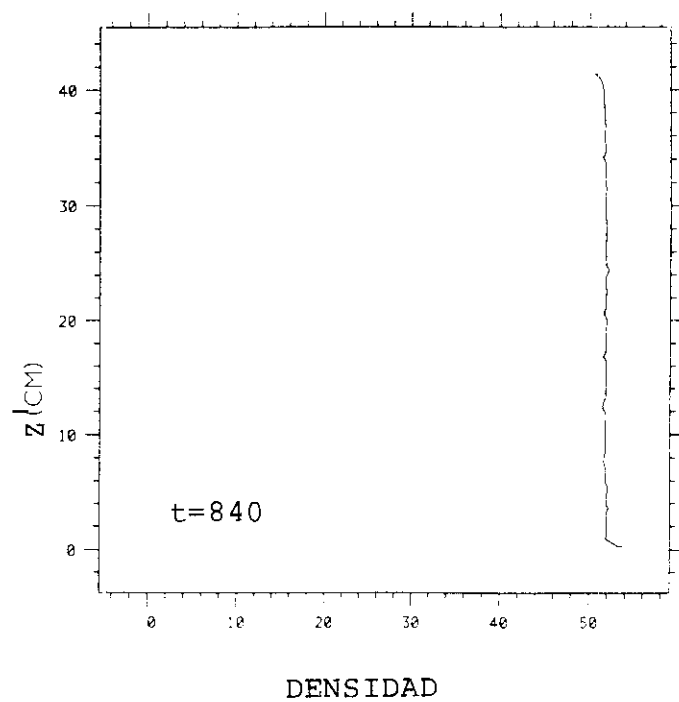
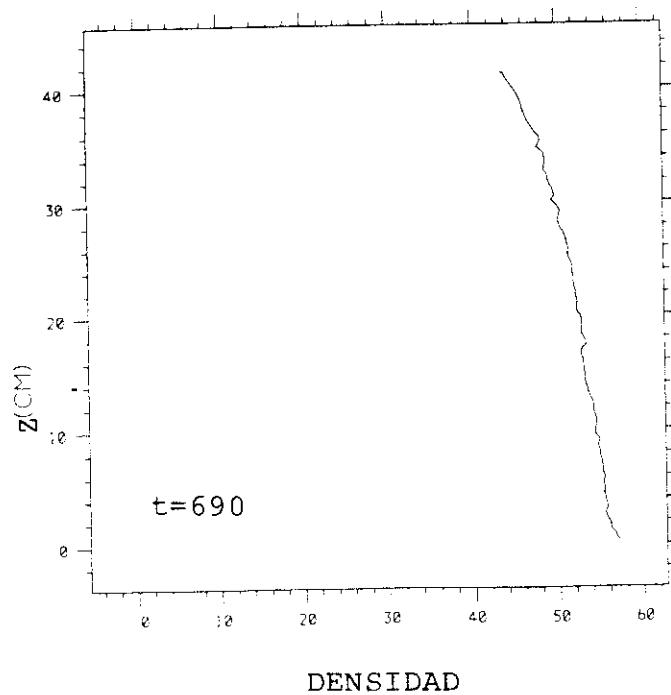
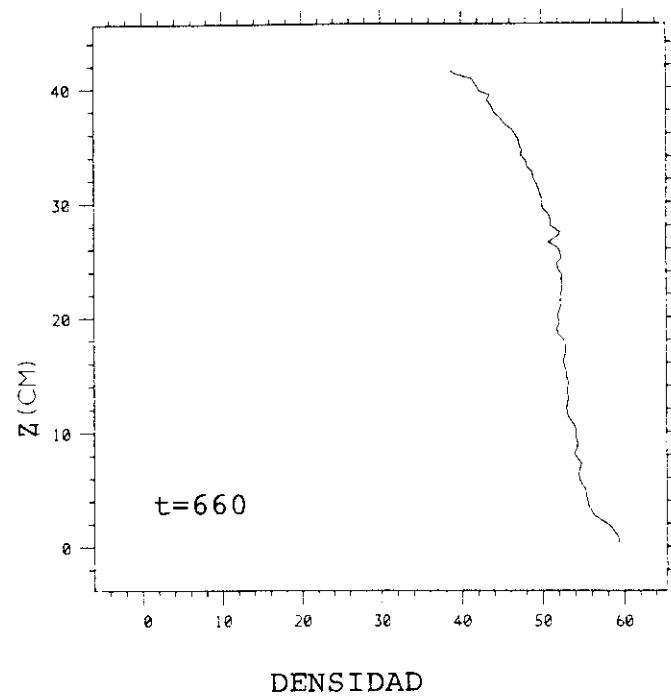
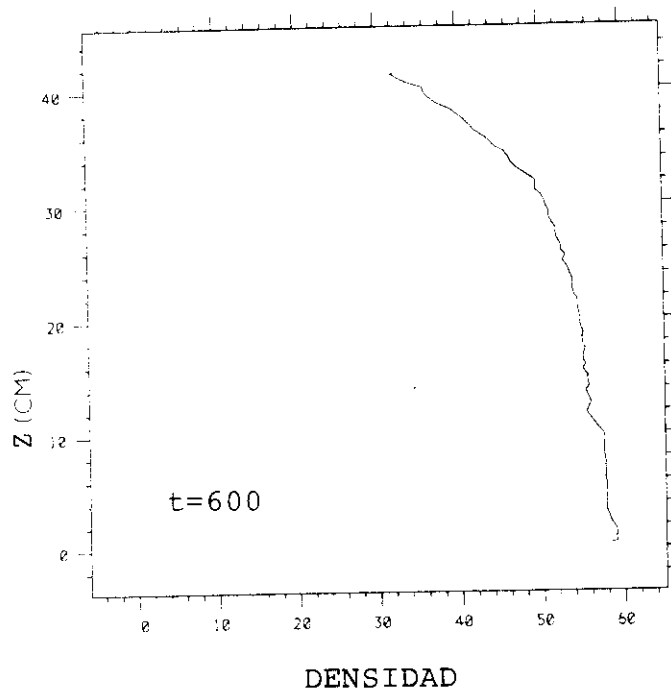


FIG. 4.26 (Cont.)

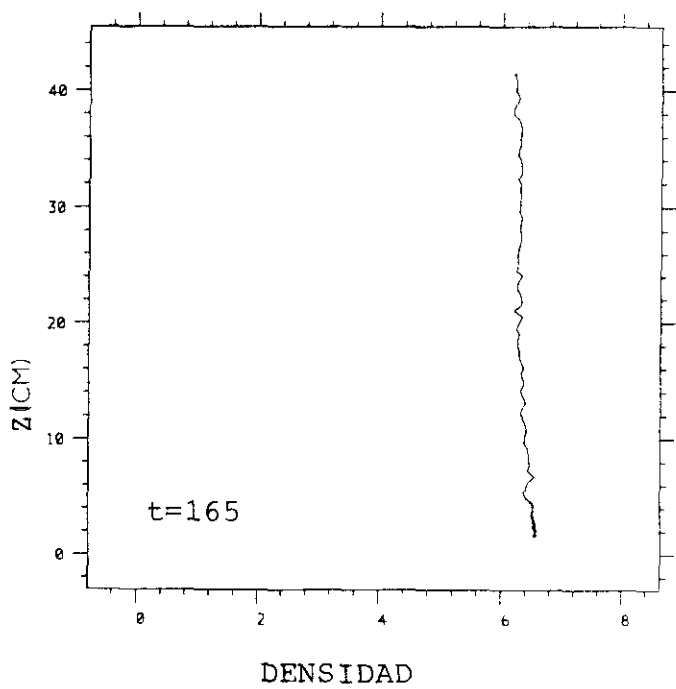
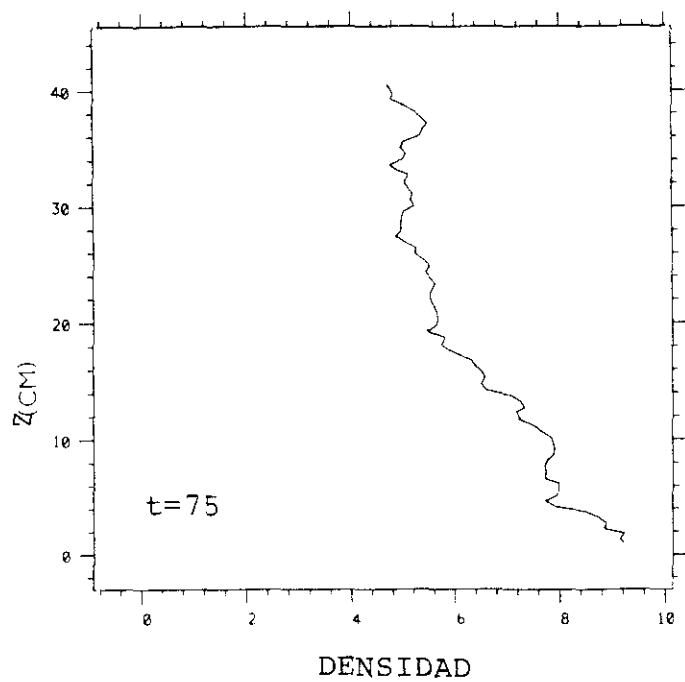
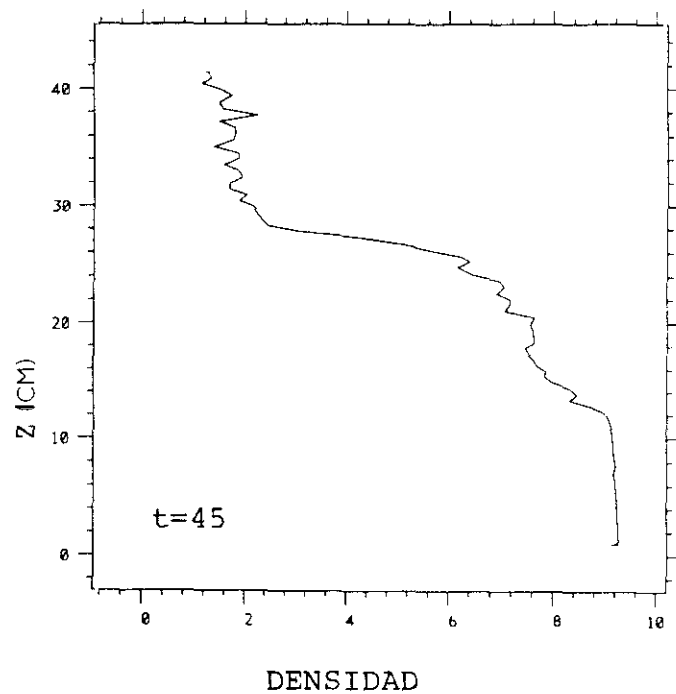
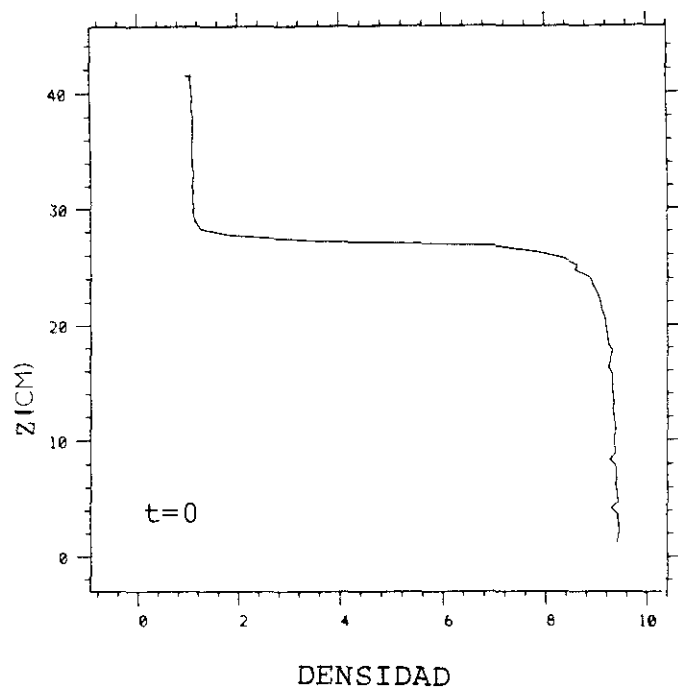


FIG. 4.27

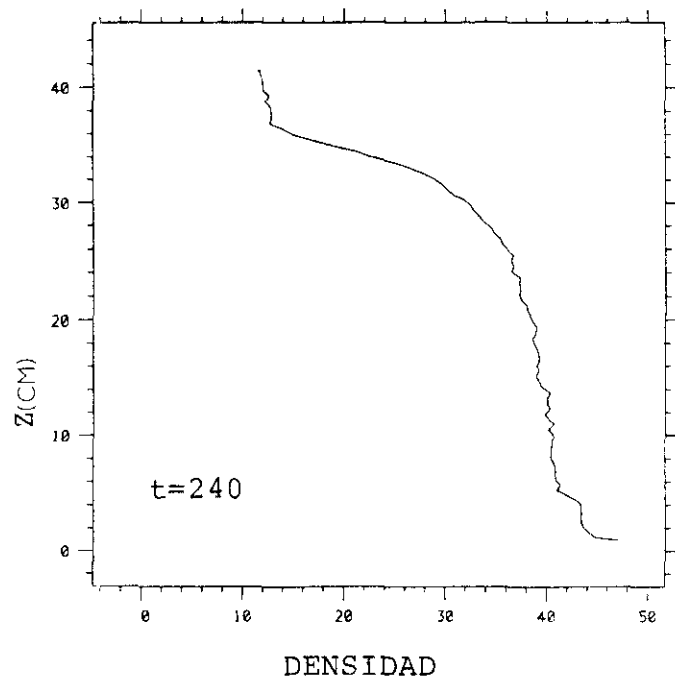
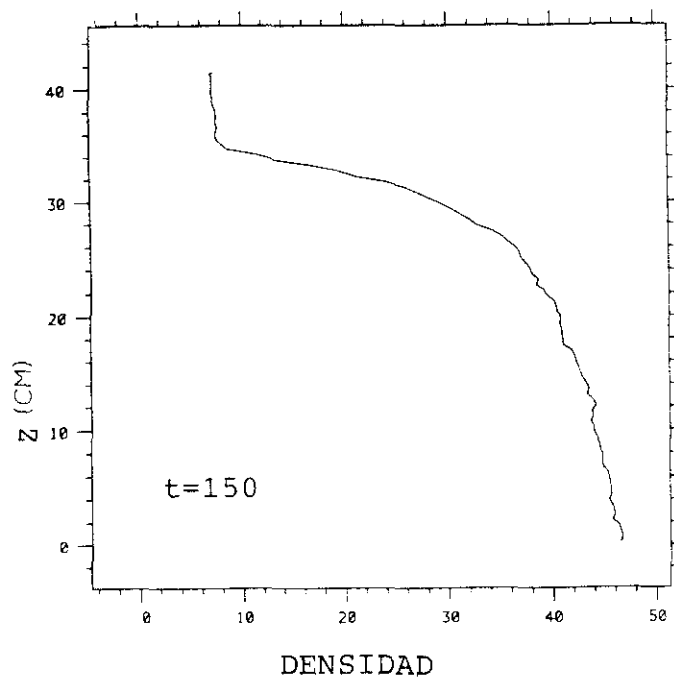
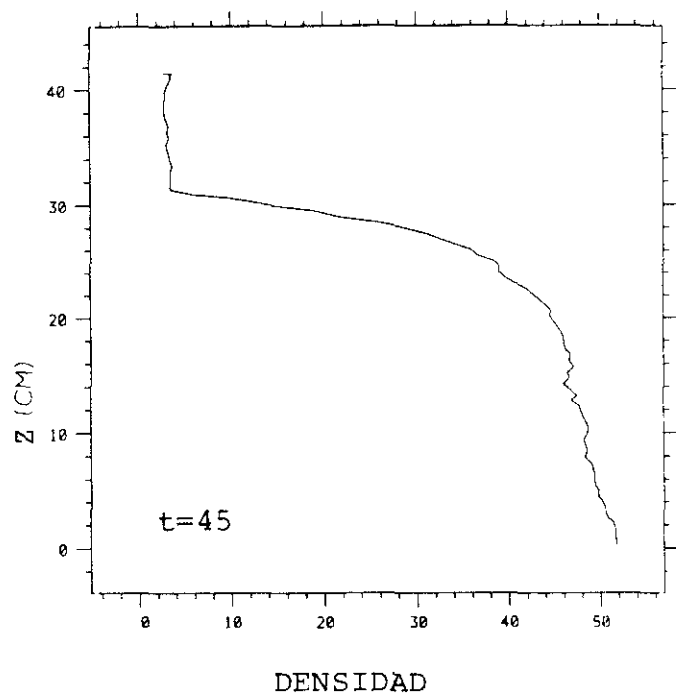
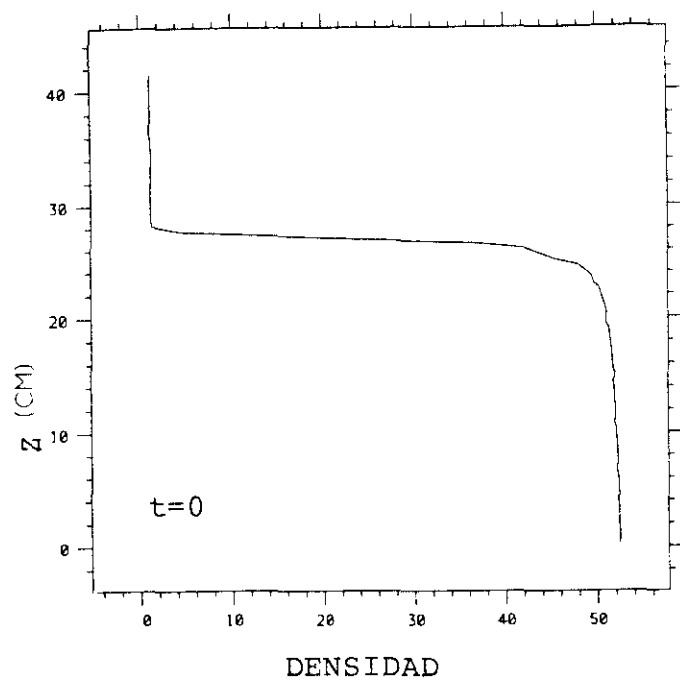


FIG. 4.28

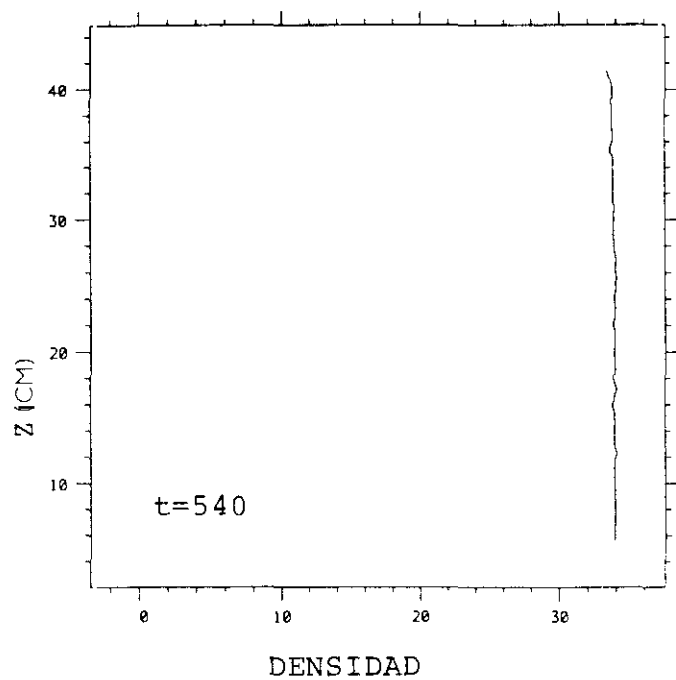
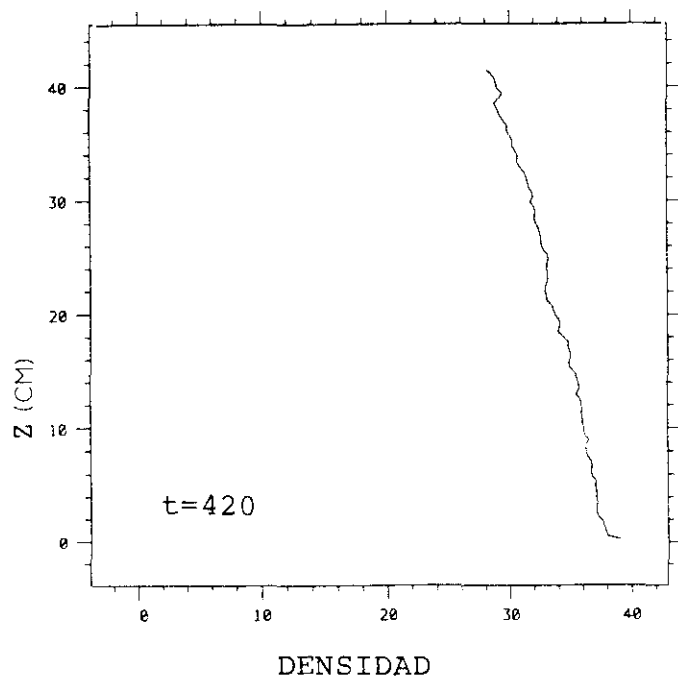
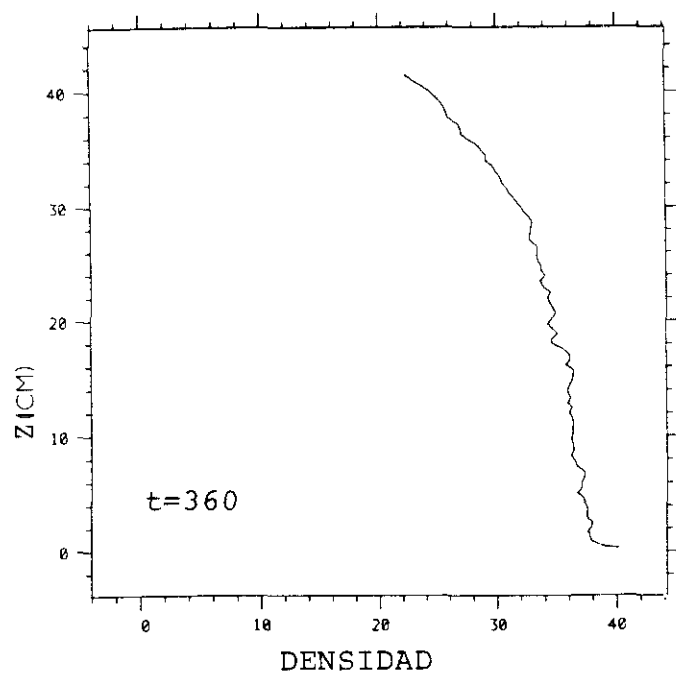
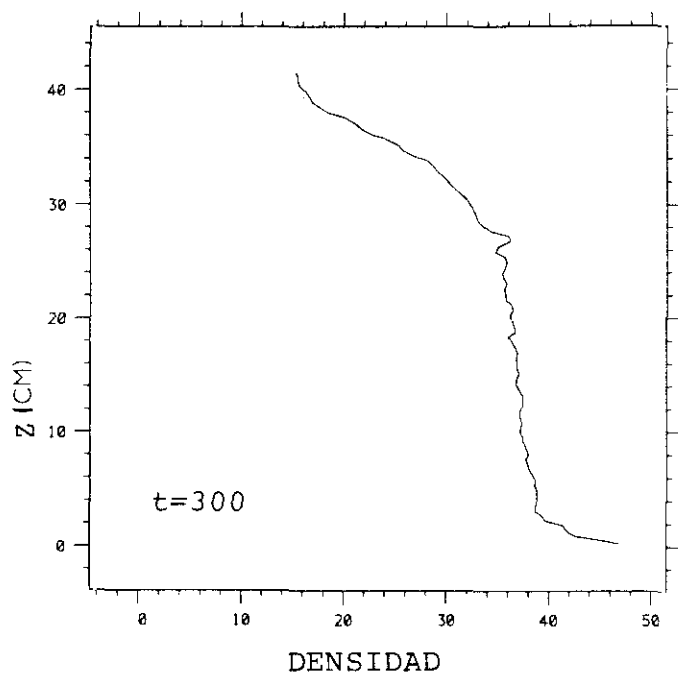


FIG. 4.28 (Cont.)

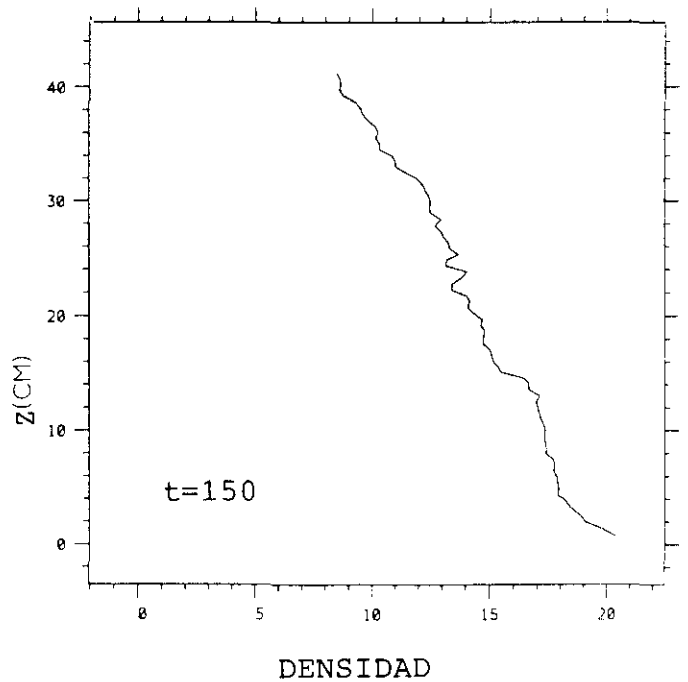
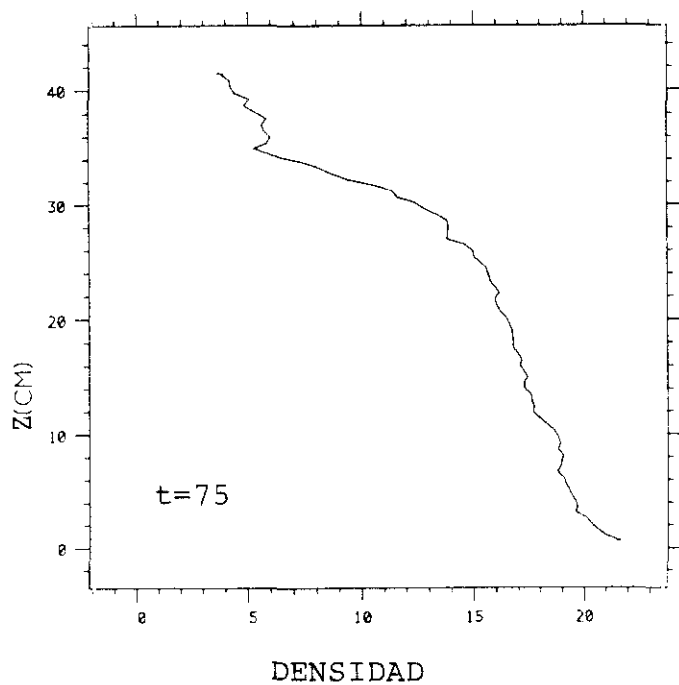
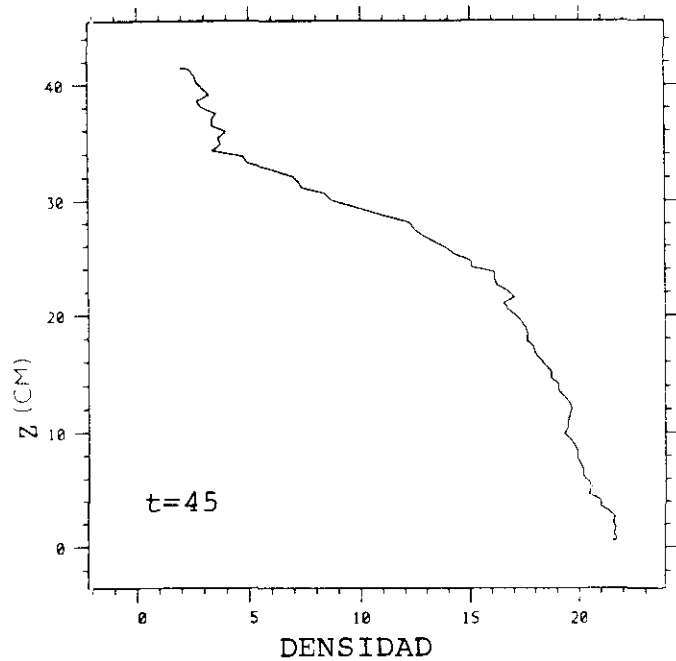
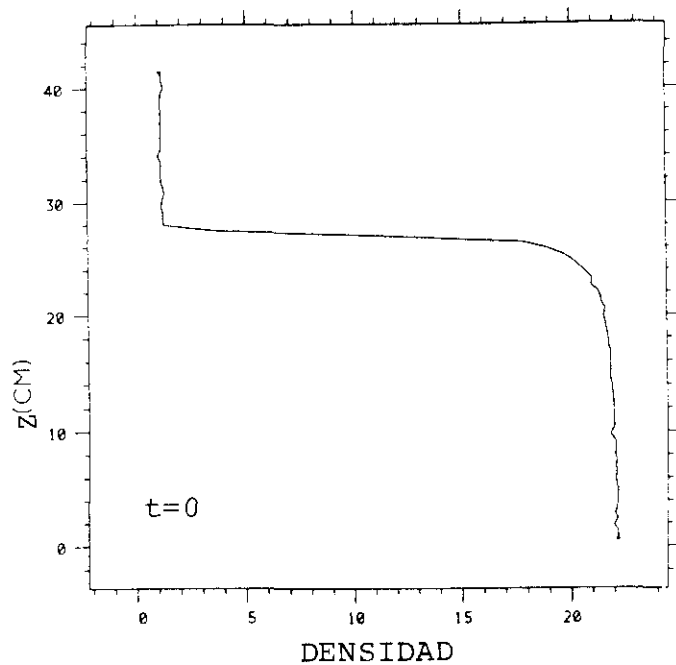


FIG. 4.29

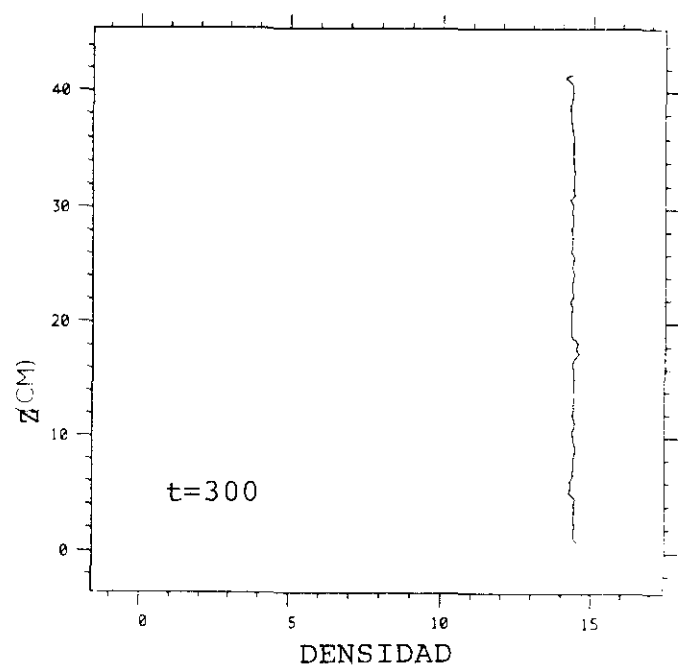
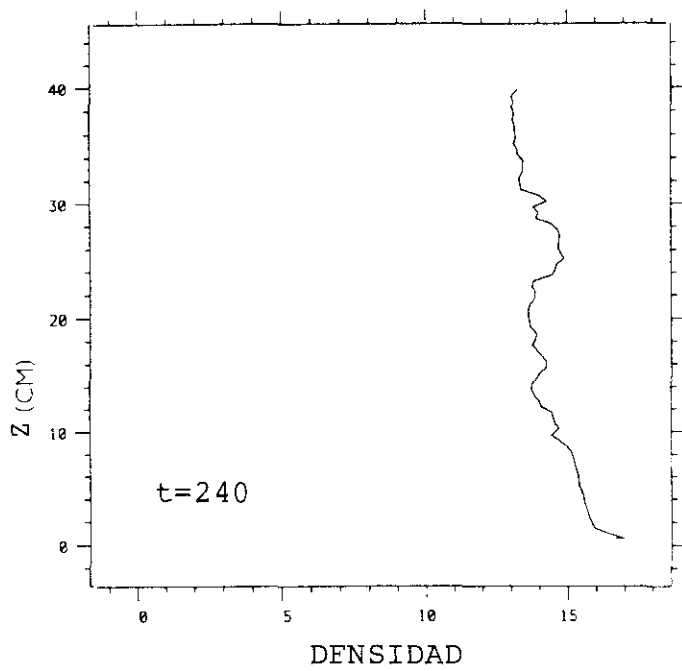
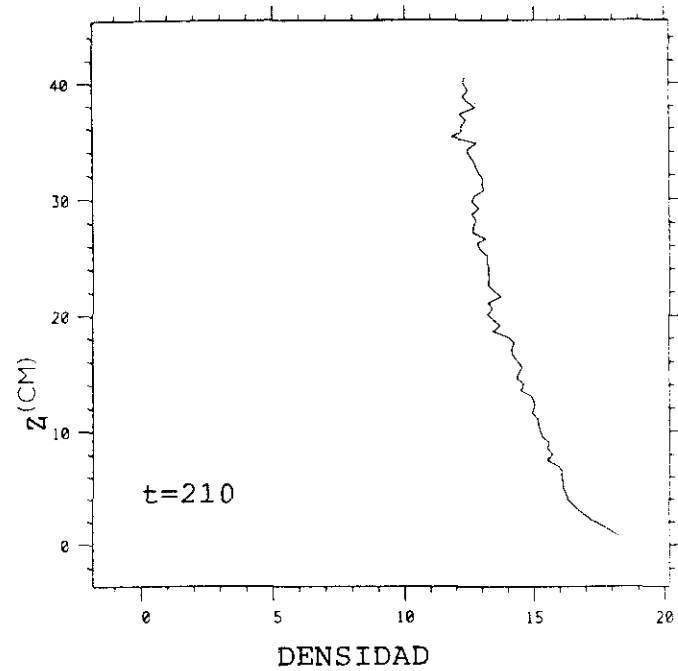
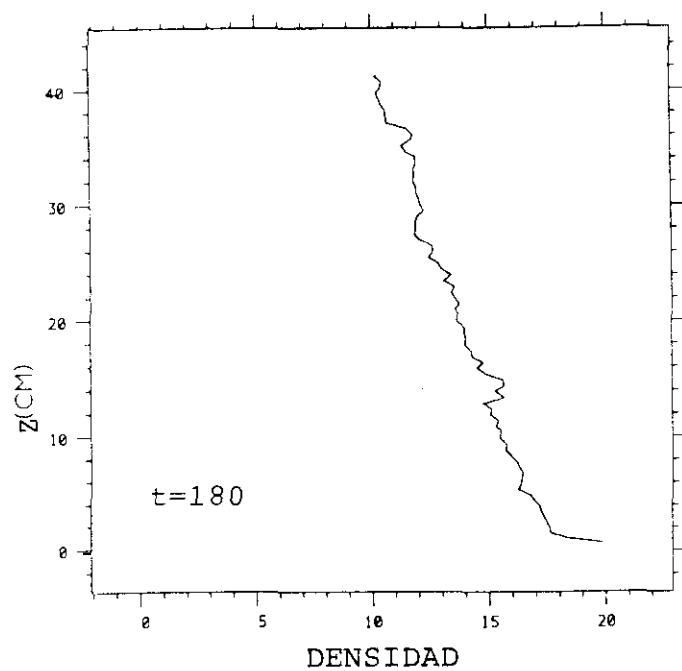


FIG. 4.29 (Cont.)

#### FIGURAS DEL CAPITULO IV

(De la 4.30 a la 4.32)

Fig 4.30: Variación de la energía potencial con el tiempo para  $Q = 6 \text{ cm}^3/\text{s}$  para distintas interfases iniciales. El círculo representa  $\rho_1 = 1.057 \text{ g/cm}^3$ , el rombo  $\rho_1 = 1.023 \text{ g/cm}^3$ , el cuadrado  $\rho_1 = 1.010 \text{ g/cm}^3$  y el triángulo  $\rho_1 = 1.004 \text{ g/cm}^3$ .

Fig 4.31: Variación de la energía potencial con el tiempo para  $Q = 9 \text{ cm}^3/\text{s}$  para distintas interfases iniciales. El círculo representa  $\rho_1 = 1.081 \text{ g/cm}^3$ , el rombo  $\rho_1 = 1.053 \text{ g/cm}^3$ , el cuadrado  $\rho_1 = 1.023 \text{ g/cm}^3$  y el triángulo  $\rho_1 = 1.010 \text{ g/cm}^3$ .

Fig 4.32: Variación de la energía potencial con el tiempo para  $Q = 13 \text{ cm}^3/\text{s}$  para distintas interfases iniciales. El círculo representa  $\rho_1 = 1.097 \text{ g/cm}^3$ , el rombo  $\rho_1 = 1.064 \text{ g/cm}^3$ , el cuadrado  $\rho_1 = 1.017 \text{ g/cm}^3$  y el triángulo  $\rho_1 = 1.010 \text{ g/cm}^3$ .

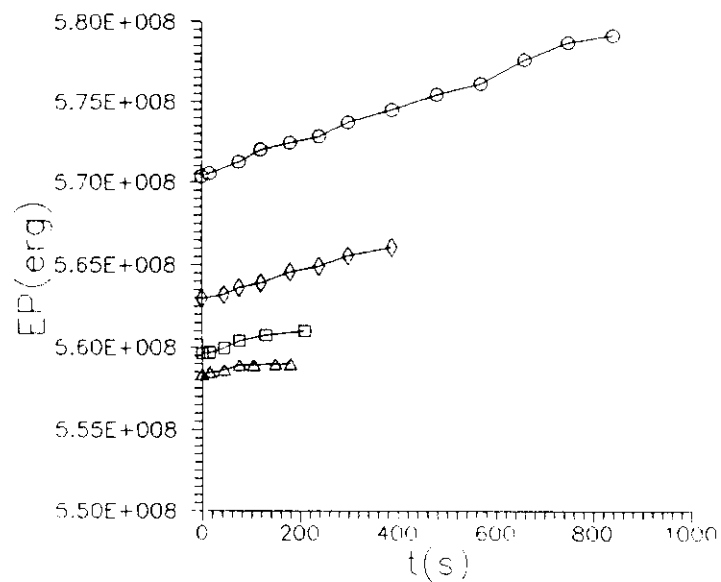


FIG. 4.30

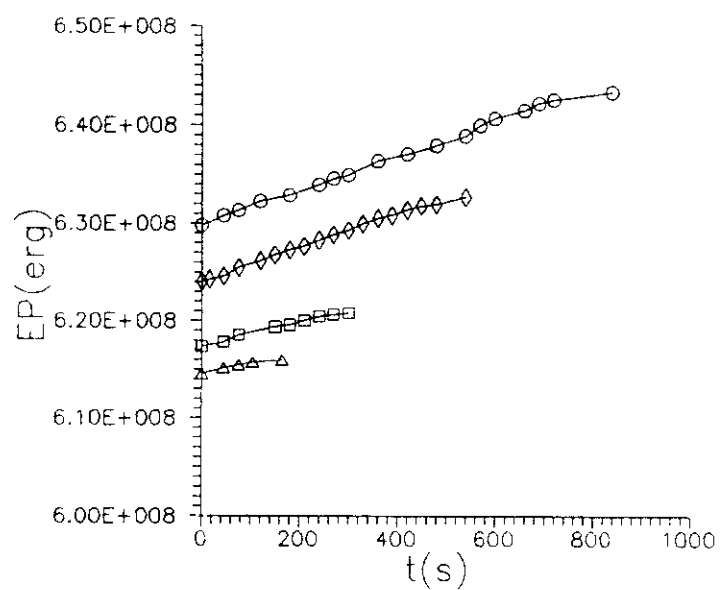


FIG. 4.31

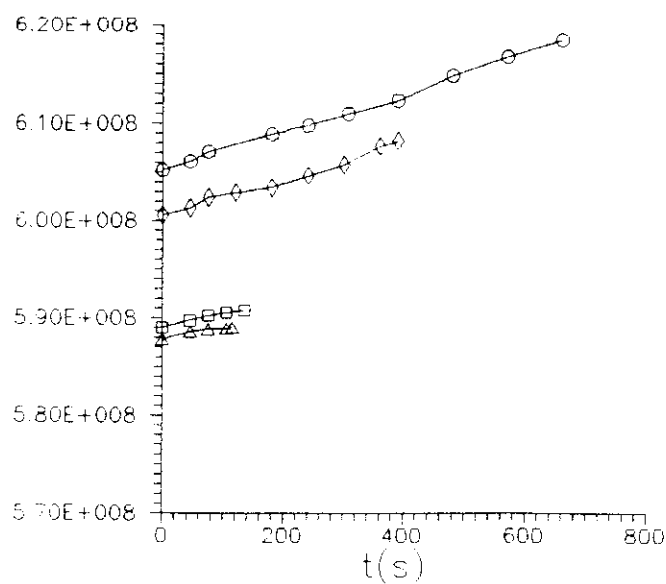


FIG. 4.32



## FIGURAS DEL CAPITULO IV

(De la 4.33 a la 4.35)

Fig 4.33: Valores de la eficiencia de mezcla calculados desde  $t=0$  hasta cada  $t$  con  $Q = 6 \text{ cm}^3/\text{s}$  para distintas interfases iniciales. El significado de los símbolos es el mismo que el la figura 4.30.

Fig 4.34: Valores de la eficiencia de mezcla calculados desde  $t=0$  hasta cada  $t$  con  $Q = 9 \text{ cm}^3/\text{s}$  para distintas interfases iniciales. El significado de los símbolos es el mismo que el la figura 4.31.

Fig 4.35: Valores de la eficiencia de mezcla calculados desde  $t=0$  hasta cada  $t$  con  $Q = 13 \text{ cm}^3/\text{s}$  para distintas interfases iniciales. El significado de los símbolos es el mismo que el la figura 4.32.

FIG. 4.33

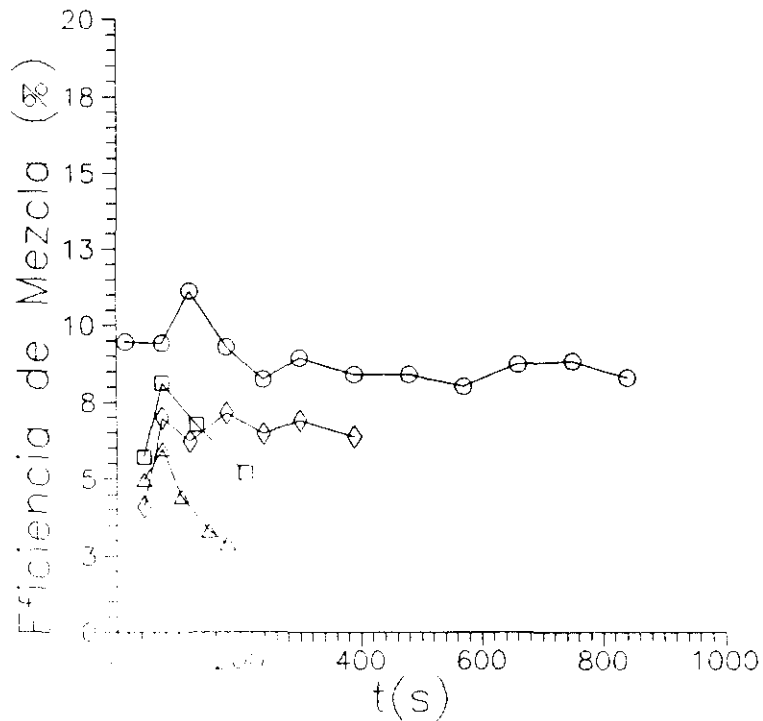


FIG. 4.34

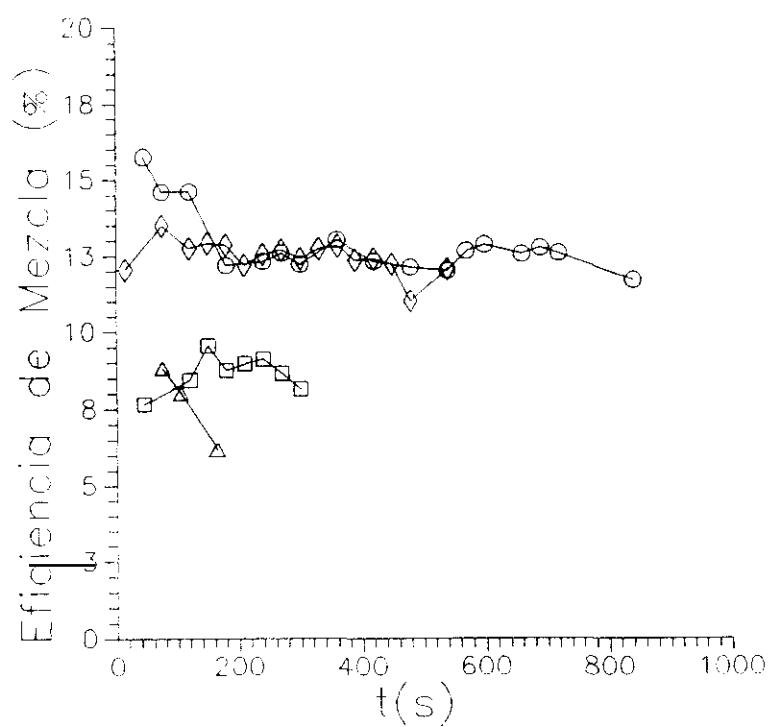
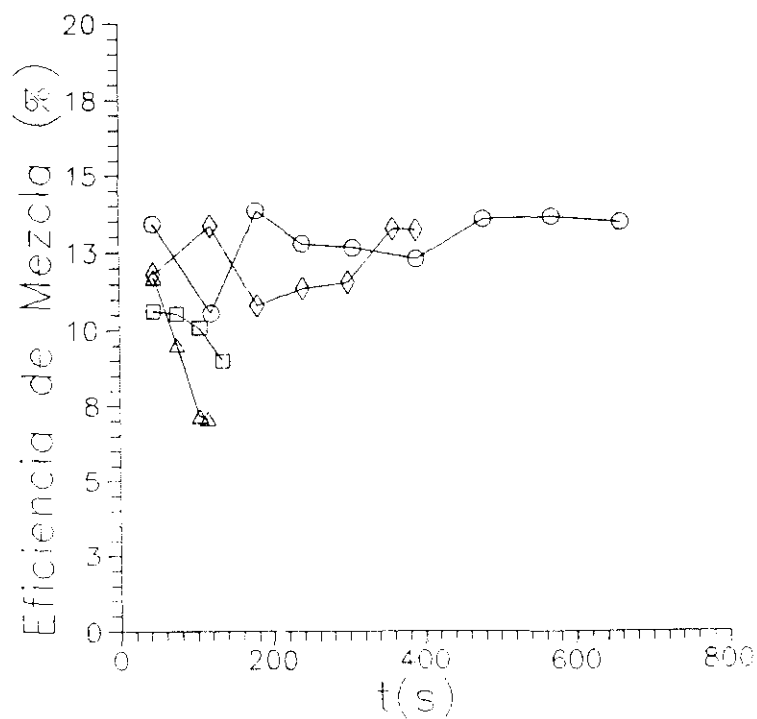


FIG. 4.35



#### FIGURAS DEL CAPITULO IV

(De la 4.36 a la 4.38)

Fig 4.36: Evolución del número de Richardson a lo largo del proceso de mezcla con  $Q = 6 \text{ cm}^3/\text{s}$  para las distintas interfases iniciales. El significado de los símbolos es el mismo que en la figura 4.30.

Fig 4.37: Evolución del número de Richardson a lo largo del proceso de mezcla con  $Q = 9 \text{ cm}^3/\text{s}$  para las distintas interfases iniciales. El significado de los símbolos es el mismo que en la figura 4.31.

Fig 4.38: Evolución del número de Richardson a lo largo del proceso de mezcla con  $Q = 13 \text{ cm}^3/\text{s}$  para las distintas interfases iniciales. El significado de los símbolos es el mismo que en la figura 4.32.

FIG. 4.36

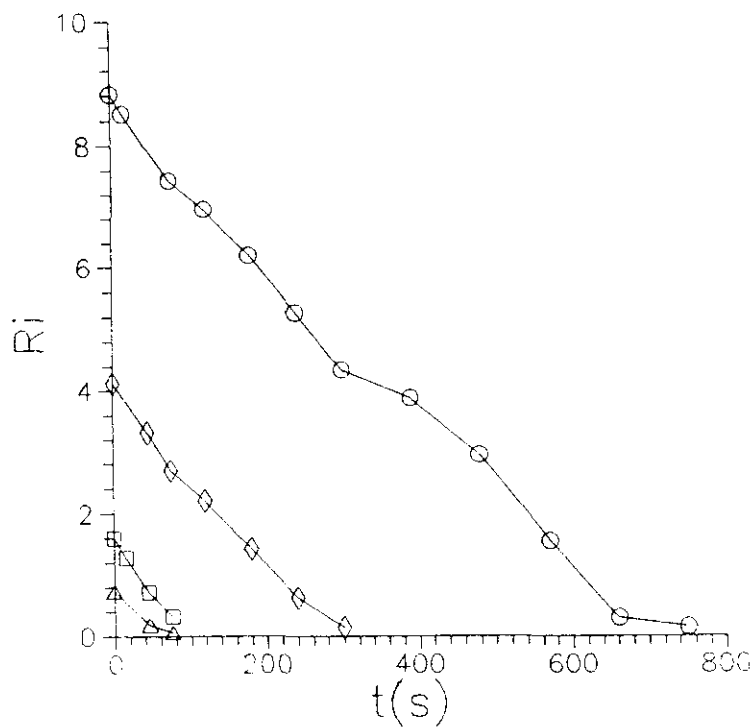


FIG. 4.37

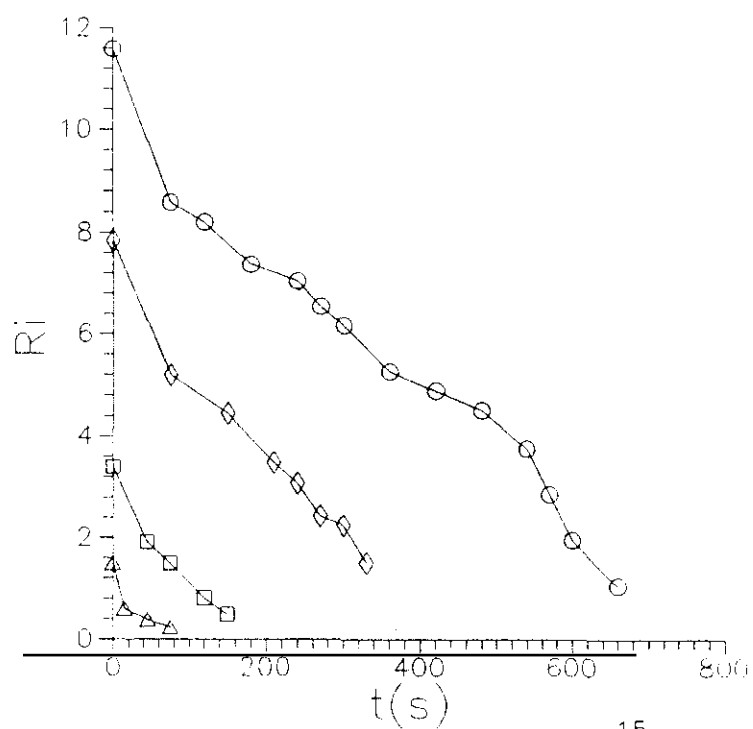
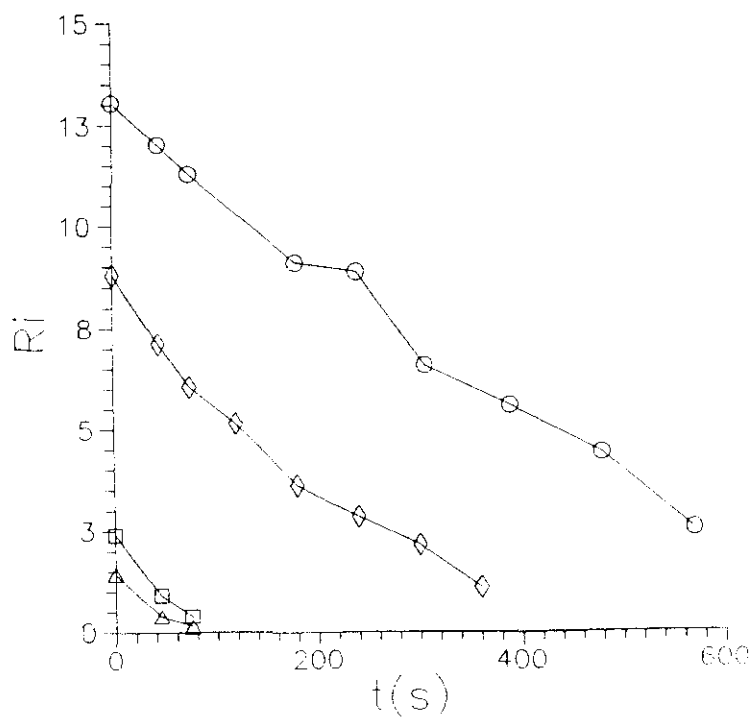


FIG. 4.38



#### FIGURAS DEL CAPITULO IV

(De la 4.39 a la 4.41)

Fig 4.39: Energía potencial adimensionalizada frente al tiempo adimensionalizado con  $Q = 6 \text{ cm}^3/\text{s}$  para las distintas interfases iniciales. El significado de los símbolos es el mismo que en la figura 4.30.

Fig 4.40: Energía potencial adimensionalizada frente al tiempo adimensionalizado con  $Q = 9 \text{ cm}^3/\text{s}$  para las distintas interfases iniciales. El significado de los símbolos es el mismo que en la figura 4.31.

Fig 4.41: Energía potencial adimensionalizada frente al tiempo adimensionalizado con  $Q = 13 \text{ cm}^3/\text{s}$  para las distintas interfases iniciales. El significado de los símbolos es el mismo que en la figura 4.32.

FIG. 4.39

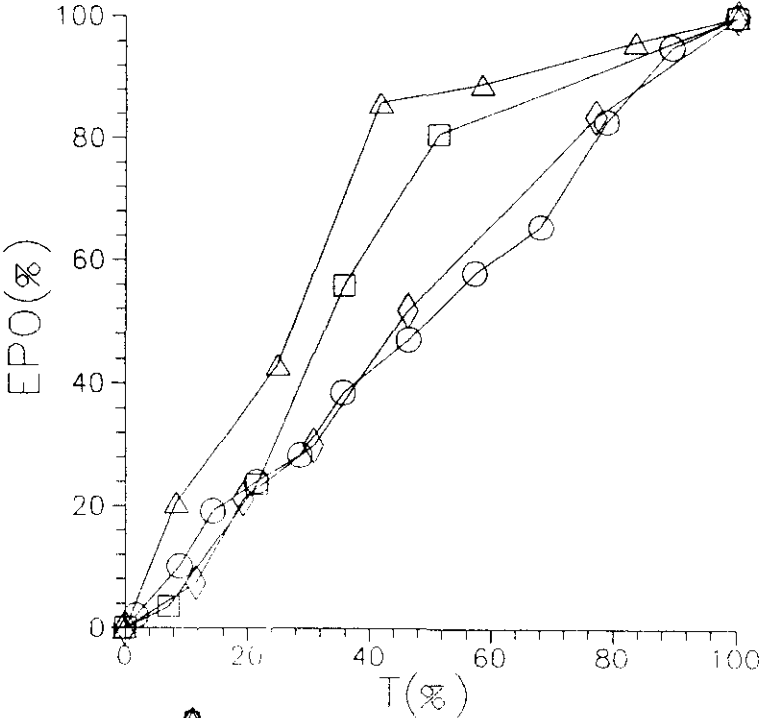


FIG. 4.40

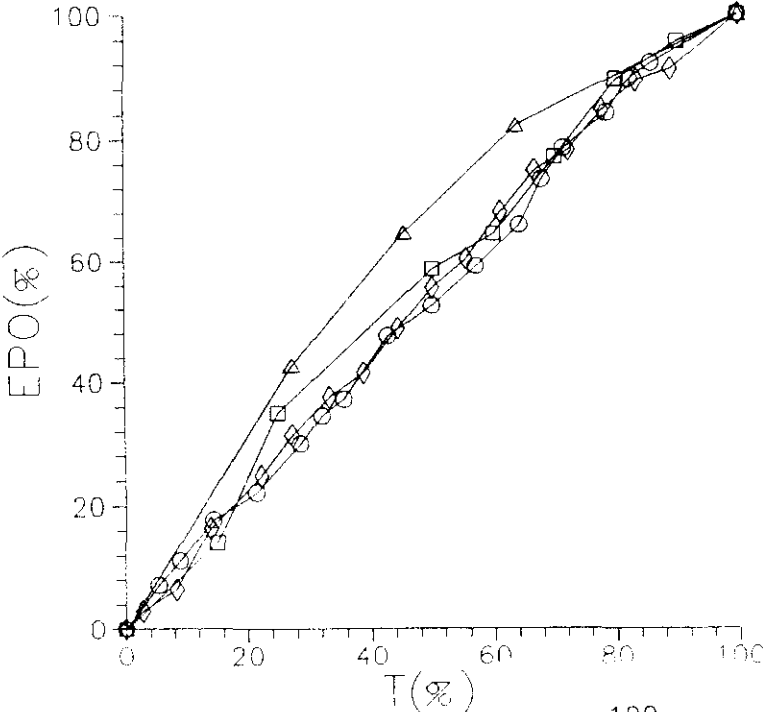
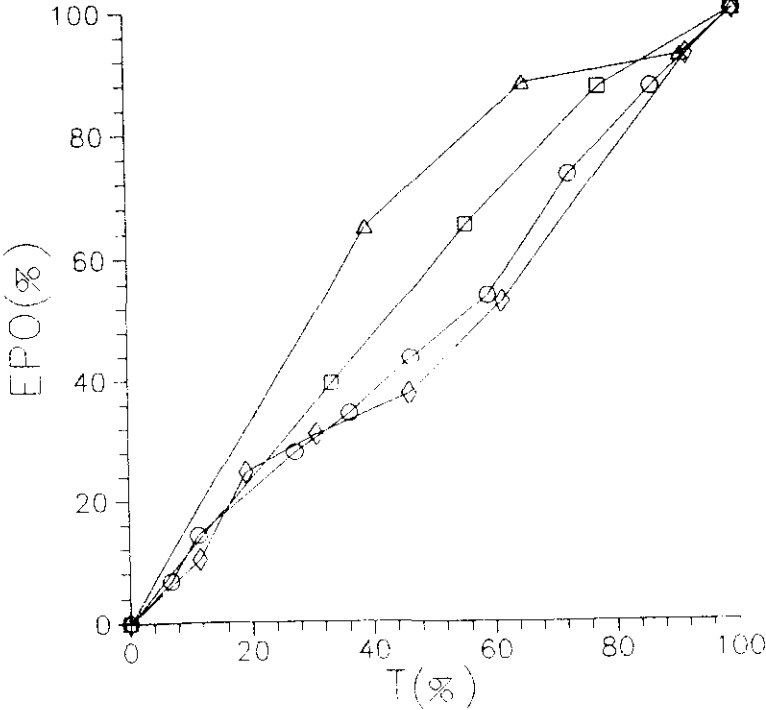


FIG. 4.41



## FIGURAS DEL CAPITULO IV

(De la 4.42 a la 4.44)

Fig 4.42: Número de Richardson normalizado frente al tiempo adimensionalizado con  $Q = 6 \text{ cm}^3/\text{s}$  para las distintas interfases iniciales. El significado de los símbolos es el mismo que en la figura 4.30.

Fig 4.43: Número de Richardson normalizado frente al tiempo adimensionalizado con  $Q = 9 \text{ cm}^3/\text{s}$  para las distintas interfases iniciales. El significado de los símbolos es el mismo que en la figura 4.31.

Fig 4.44: Número de Richardson normalizado frente al tiempo adimensionalizado con  $Q = 13 \text{ cm}^3/\text{s}$  para las distintas interfases iniciales. El significado de los símbolos es el mismo que en la figura 4.32.

FIG. 4.42

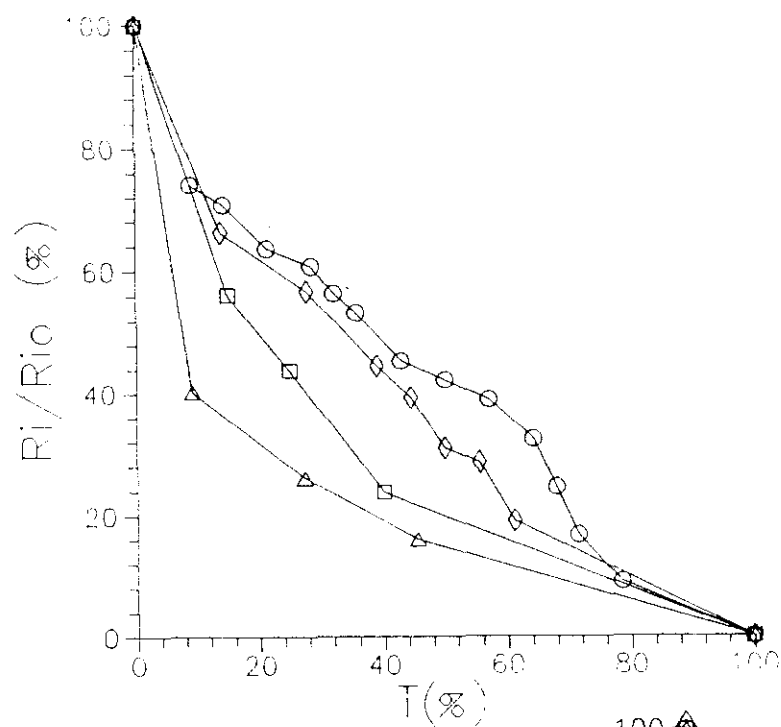
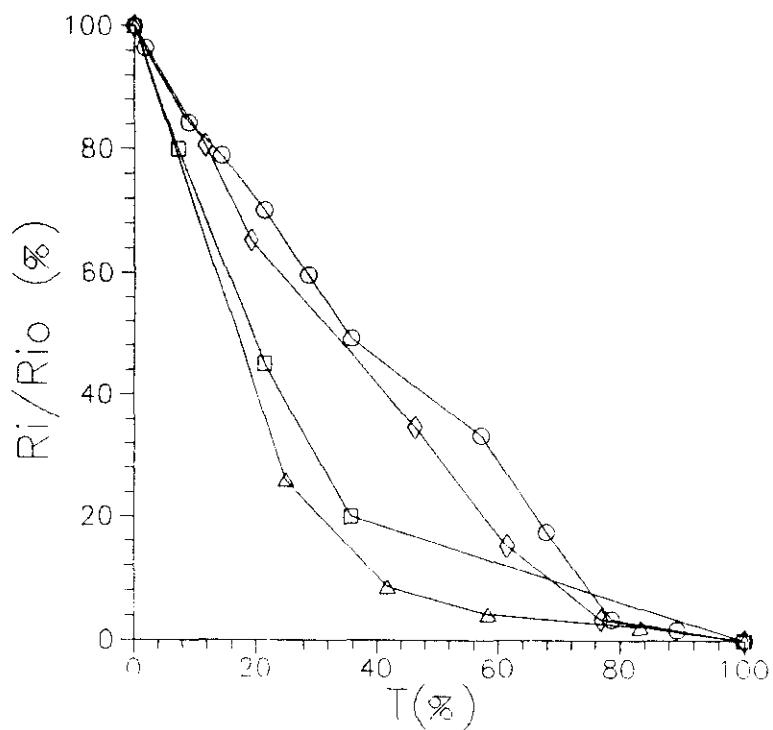
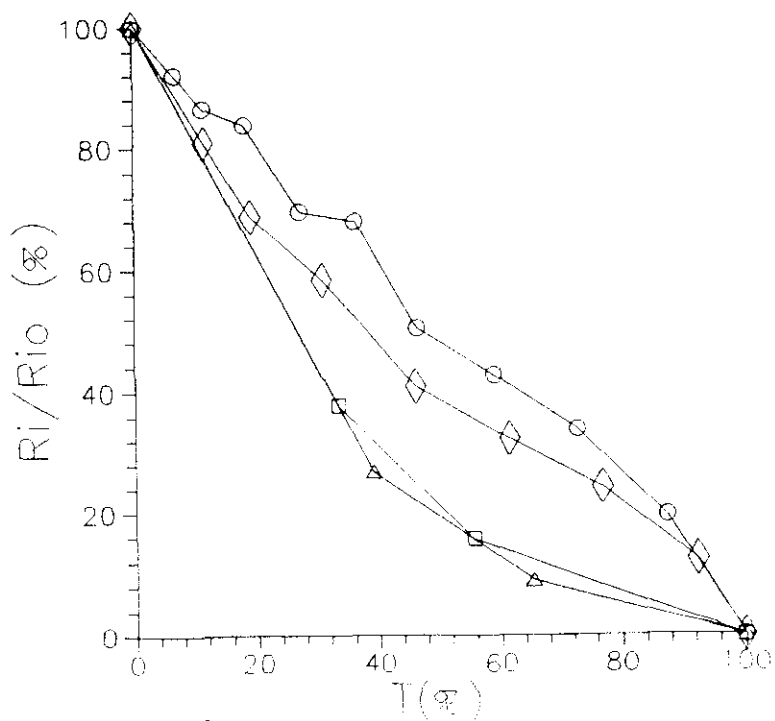


FIG. 4.43

FIG. 4.44





#### FIGURAS DEL CAPITULO IV

(De la 4.45 a la 4.47)

Fig 4.45: Intermitencia en la eficiencia de mezcla a lo largo del proceso con  $Q = 6 \text{ cm}^3/\text{s}$  para las distintas interfases iniciales. El significado de los símbolos es el mismo que en 4.30.

Fig 4.46: Intermitencia en la eficiencia de mezcla a lo largo del proceso con  $Q = 9 \text{ cm}^3/\text{s}$  para las distintas interfases iniciales. El significado de los símbolos es el mismo que en 4.31.

Fig 4.47: Intermitencia en la eficiencia de mezcla a lo largo del proceso con  $Q = 13 \text{ cm}^3/\text{s}$  para las distintas interfases iniciales. El significado de los símbolos es el mismo que en 4.32.

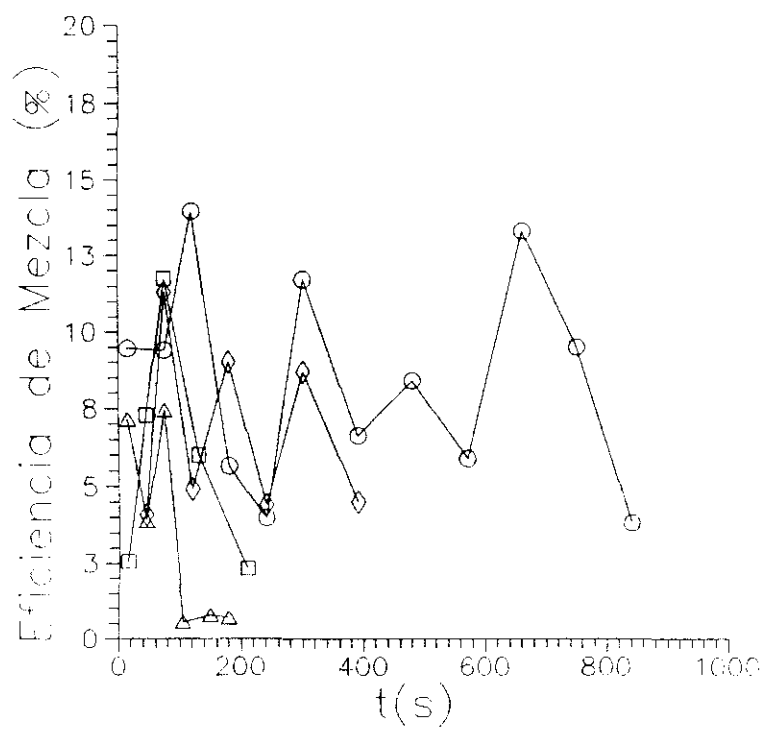


FIG. 4.45

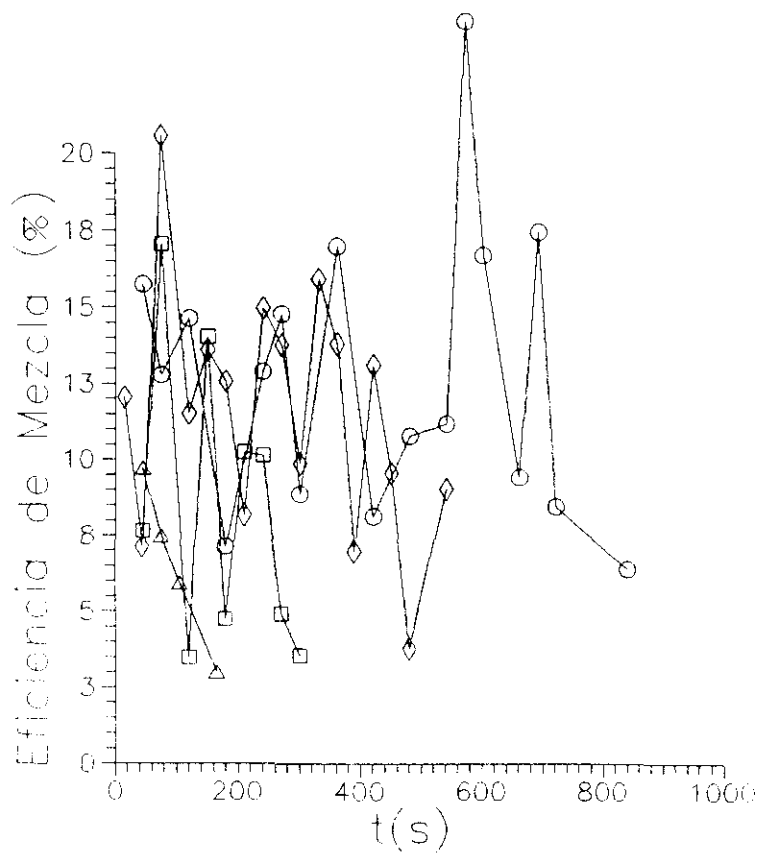


FIG. 4.46

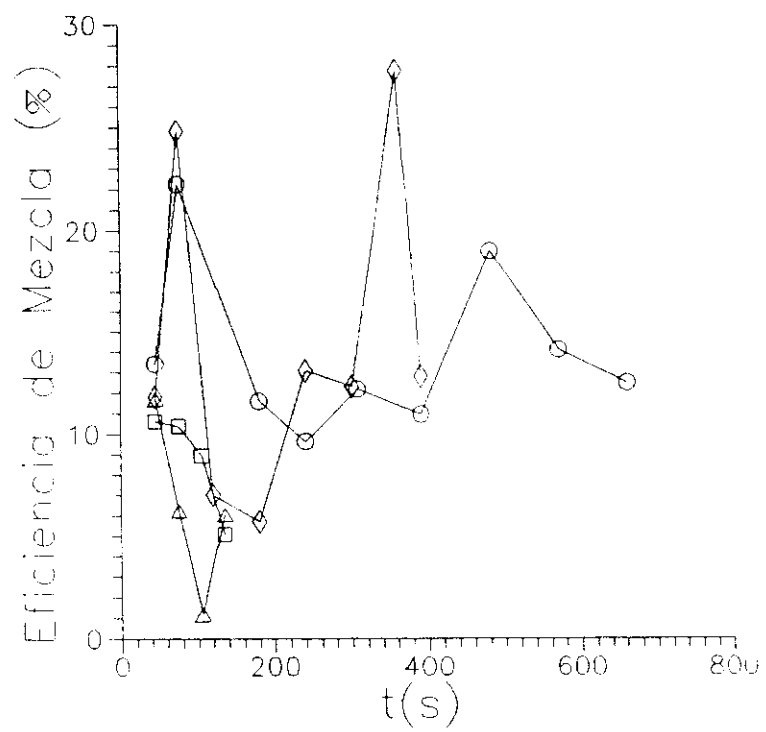


FIG. 4.47

## CAPITULO V: ANALISIS DE DATOS ATMOSFERICOS.

### V.1 INTRODUCCION

En este último capítulo de la memoria se realiza un intenso estudio de la mezcla turbulenta en las capas más bajas de la atmósfera, aquéllas más cercanas al suelo. El análisis se efectúa para un amplio rango de estabilidad, viniendo caracterizada ésta por el número de Richardson que fue anteriormente definido. En un límite del rango tenemos situaciones convectivas originadas por el calentamiento solar que da lugar a grandes inestabilidades, y en el otro límite nos encontramos con fuertes estabilidades producidas por enfriamiento nocturno que producen inversiones térmicas en la baja atmósfera.

Uno de los puntos en los que haremos mayor énfasis será en la profundización del conocimiento de las características de la capa límite estable y su evolución. La capa límite estable es peor entendida y tiene mayores dificultades de estudio que la inestable. Su falta de estacionariedad, los pasos contantes de un estado de turbulencia a otro de calma y viceversa, es decir, los fenómenos intermitentes que se producen complican su estudio de modo claro. Entre las varias incertidumbres que se tienen estaría el valor del número de Richardson crítico a partir del cual la turbulencia queda muy atenuada o incluso suprimida (0.25 es el más aceptado, pero según unos u otros autores este número puede variar). Otra discrepancia está en el coeficiente  $\beta$  del perfil log-lineal ( $\phi_m \approx 1 + \beta\zeta$ ); este coeficiente toma el valor de 2 para Pruitt et al. (1973), 4.7 para Businger et al. (1971), 5.2 para Webb (1970), 7 para Mc. Vehil (1964) y para Kondo et al. (1978). Esto por lo que se refiere a terrenos homogéneos, ya que para terrenos no homogéneos pueden aparecer mayores complicaciones (Pretel, 1990).

Existe una incertidumbre importante acerca del cociente entre la difusividad y la viscosidad turbulenta ( $\alpha \equiv K_h/K_m$ ), sobre todo

en caso de estabilidad. Según Businger et al. (1971)  $\alpha$  disminuye muy lentamente, aproximándose a la unidad cerca de  $Ri$  crítico. De estudios de laboratorio (Ellison & Turner, 1960; Webster, 1964; Arya & Plate, 1969; Arya, 1972) se muestra un  $\alpha$  decreciente con la estabilidad, aunque Townsend (1958) presentó un modelo con  $\alpha$  creciente. Las observaciones en capa superficial atmosférica (Gurvich, 1965; Webb, 1970; Oke, 1970) dan un valor de  $\alpha$  constante y cercano a la unidad, aunque Kondo et al. (1978) observan una disminución clara de  $\alpha$  con la estabilidad, tendiendo a cero para grandes estabilidades. En este último trabajo se pueden encontrar relaciones empíricas de la dependencia entre  $\alpha$  y  $Ri$ .

Otro parámetro importante es la longitud de Monin-Obukhov ( $L$ ), que en condiciones estables también presenta mayores dificultades en su evolución (Zoumakis & Kelessis, 1991). La importancia de este parámetro reside en que tanto para modelos numéricos como para otras muchas aproximaciones o estudios es clave en la caracterización de la turbulencia. Esta longitud nos indica la zona de influencia de la turbulencia mecánica ( $z < L$ ) y la zona donde lo importante es la turbulencia de origen térmico quedando el terreno como elemento no perturbador ( $z > L$ ).

En este capítulo se han utilizado datos procedentes de dos bases muy diferentes. La primera, la base antártica inglesa de Halley. Estos datos se obtuvieron durante el invierno austral del año 1986 en una campaña realizada por un equipo del British Antarctic Survey (Instituto Británico Antártico). Durante este periodo de casi ausencia de luz solar, se producen fuertes inversiones térmicas junto al suelo. Estas inversiones son únicamente atenuadas o destruidas por la acción de la cizalla del viento, ya que la convección térmica está prácticamente inhibida.

La otra base de estudio está situada en el C.I.B.A. (Centro de Investigaciones de la Baja Atmósfera) en Valladolid. En él se encuentra una torre de 100 metros de altitud en la que se recogen datos a 5 niveles de altura (6, 12, 26, 51 y 100 m). Los datos con

los que hemos trabajado fueron registrados en los meses de Julio, Agosto y Septiembre de 1982. Por la noche se registran importantes inversiones junto al suelo cuando el tiempo predominante es anticiclónico (como suele corresponder al verano en esta zona). Estas inversiones se van destruyendo por la acción de los movimientos convectivos que tienen lugar debido al calentamiento del suelo.

En resumen, en la primera base la mezcla se produce principalmente por cizalla, mientras que en la segunda predomina la convección. Analizaremos las posibles diferencias obtenidas entre los dos tipos de mezcla.

Después de la descripción de los datos meteorológicos utilizados, continuaremos este capítulo con un estudio del comportamiento y evolución de parámetros turbulentos como la velocidad de fricción ( $u_*$ ) y la longitud de Monin-Obukhov ( $L$ ). Luego prestaremos especial atención al estudio de la difusividades turbulentas, tanto de momento ( $K_m$ ) como de calor ( $K_h$ ). Veremos los diferentes valores alcanzados dependiendo de la estabilidad y también dependiendo del tipo de mezcla que tiene lugar así como la evolución que experimenta. En otro apartado incidiremos en el número de Richardson del flujo, estudiando su comportamiento y dependencia con el número de Richardson del gradiente. Puesto que la eficiencia de mezcla para los experimentos de laboratorio es de algún modo análoga al número de Richardson del flujo, estudiaremos las similitudes entre ambos parámetros.

## V.2 DESCRIPCION DE LOS DATOS METEOROLOGICOS

En este apartado haremos una descripción del material utilizado para el posterior cálculo de los distintos parámetros meteorológicos y para el estudio de la mezcla turbulenta en la atmósfera.

### V.2.1 BASE DE HALLEY (ANTARTIDA)

En la Base de Halley las medidas comenzaron en febrero y continuaron a lo largo del invierno austral, hasta noviembre cuando los diversos instrumentos fueron desmantelados. No obstante, la mediciones que tenemos nosotros van desde marzo a septiembre de 1986, y en este trabajo hemos analizado los datos de los meses de marzo, abril, mayo y junio, por ser éstos los meses en que los datos son más fiables y numerosos, ya que en los restantes meses, en parte debido al recrudecimiento de las condiciones atmosféricas, se han observado más problemas en las medidas.

El motivo de esta campaña de medidas fue realizar un estudio de la capa límite estable en la Antártida, y más concretamente llevar a cabo un estudio detallado de la estructura de la turbulencia en la capa límite establemente estratificada, así como la investigación de perturbaciones de tipo ondulatorio que habían sido observadas en la parte más baja de la troposfera de Halley (Darby y Mobbs, 1987).

La base de Halley está situada en un borde hacia el mar del estanque helado de Brunt y sus coordenadas son  $75.6^{\circ}\text{S}$ ,  $26.7^{\circ}\text{W}$  (figuras 5.1 y 5.2). El estanque se extiende tierra adentro de la estación durante 40 Km, sin ninguna pendiente significativa u otro tipo de topografía (Thomas, 1973). Más allá de este punto hay una pendiente hasta la meseta continental. Medidas realizadas en un estanque antártico similar (König, 1985) han mostrado que el parámetro de rugosidad ( $Z_0$ ) de este tipo de superficies es pequeño

(del orden de  $10^{-4}$  m) y está relacionado con la fina estructura de la superficie nevada.

Los vientos más frecuentes que soplan en la superficie son los procedentes del sector  $90^{\circ} \pm 20^{\circ}$ , con un máximo secundario entre

los  $200^{\circ}$  y  $270^{\circ}$ . La velocidad del viento es generalmente moderada con una media anual en torno a los  $6.5 \text{ m.s}^{-1}$ .

Los instrumentos utilizados para el estudio de la turbulencia se montaron en un mástil de 32 metros de altura, a unos 400 m aproximadamente al SE de los edificios que formaban parte de la base principal. Esta posición aseguraba que los vientos en superficie, que soplaban desde el NE hasta el SW, no iban a ser alterados por la zona de la base.

Las medidas de fluctuaciones de velocidad y temperatura se hicieron con tres termoanemómetros sónicos de tres componentes (Kaijo Denki, modelo DAT-100). Estos aparatos, se instalaron a 5, 17 y 32 metros de altura sobre la superficie. Para completar las medidas de viento se instalaron tres anemómetros de cazoletas (Vector Instruments A100) a 2, 8 y 24 m de altura. Los datos procedentes de los anemómetros de cazoletas no son fiables en condiciones de acumulación de hielo o nieve sobre los mismos, por lo que para valores bajos de velocidad de viento no es muy aconsejable su uso.

En cuanto a la medidas de temperatura, éstas se realizaron a través de cinco termómetros con resistencia de platino (Vector Instruments T302). Estos sensores se instalaron a 2, 4, 8, 16 y 32 m, estableciéndose puentes entre ellos para medir la diferencia de temperatura entre 2-4, 4-8, 8-16, y 16-32. Además se midió la temperatura del aire a 5 m.

Todos los instrumentos estaban conectados a un microordenador que recibía los datos. La frecuencia de muestreo de los anemómetros sónicos es de 5 Hz mientras que la de los instrumentos con respuesta más lenta (anemómetros de cazoletas y termómetros de resistencia) es de 1 Hz.

A través de un programa preparado, se calcula el valor medio



de los datos procedentes de cada canal y las varianzas y covarianzas de todos los canales procedentes de los anemómetros sónicos en un periodo de 10 minutos. El periodo de promediado de 10 minutos es un compromiso entre obtener una estadística turbulenta estable mientras se excluían los movimientos a gran escala o tendencias procedentes de los cálculos de los flujos y varianzas. No obstante, y dado el volumen de datos que se obtuvieron, para disponer de un número más manejable de datos, así como reducir la dispersión estadística de las medidas turbulentas, se procedió a tomar medias horarias con los datos promediados de 10 minutos. Para un mayor detalle sobre las características técnicas de los aparatos utilizados puede consultarse King y Anderson (1988).

#### V.2.2 DATOS DEL C.I.B.A. (VALLADOLID)

El segundo grupo de datos utilizados en este capítulo son procedentes del C.I.B.A. (Centro de Investigación de la Baja Atmósfera), organismo creado por un convenio entre el Instituto Nacional de Meteorología y la Universidad de Valladolid. Este complejo meteorológico se encuentra ubicado a 35 Km de Valladolid, en la altiplanicie Torozos, a 4 Km de La Mudarra (Valladolid), y a unos 800 m de altitud.

Las características generales de la zona son : escasa vegetación, terreno homogéneo y llano. La torre principal del C.I.B.A. tiene una altura de 100 m, y en ella se instalaron 5 anemómetros a 6, 12, 26, 51 y 100 m. A estas mismas alturas se colocaron los sensores de temperatura, y a 6 y 100 m dos veletas de dirección de viento. A 200 m de la torre se instaló un sensor para determinar la presión atmosférica a nivel del suelo.

El número de medidas que cada sensor tomaba en 10 minutos era 190. Este número de medidas está en consonancia con el tiempo de respuesta de los aparatos. Este fue el tiempo elegido para hacer el promedio de valores. La elección de este tiempo de promedio no

viene dada al azar, sino que viene determinada por un compromiso que se establece de manera que el tiempo sea lo suficientemente corto como para que las condiciones generales no varíen sustancialmente (las condiciones no permanecen estacionarias durante un largo periodo), y al mismo tiempo suficientemente largo como para que se puedan obtener un número elevado de datos, de modo que haya una pequeña dispersión estadística.

Todos los sensores meteorológicos instalados en la torre estaban conectados a una central de adquisición de datos, que al mismo tiempo era una central de tratamiento de los mismos. Los sensores instalados tienen como característica importante su alta capacidad de resistir cambios bruscos de temperatura y velocidades altas de viento. La sensibilidad de los sensores de temperatura es de  $0.01^{\circ}\text{C}$  y la de los sensores de viento  $0.4\text{ Km/h}$ . El tiempo de respuesta de los anemómetros es de  $0.5\text{ s}$  para velocidades del orden de  $10\text{ m/s}$  y de  $1.83\text{ s}$  para velocidades en torno a  $3\text{ m/s}$ . Puesto que la toma de datos se realiza cada 3 segundos, es posible registrar los cambios que se van produciendo.

El C.I.B.A., además de los sensores que ya han sido descritos, posee otros sensores como termómetros en el subsuelo, monitores de contaminación de fondo, etc, pero no han sido utilizados en nuestra investigación. Para obtener una información más detallada sobre las características del C.I.B.A. y también sobre la automatización de los datos puede consultarse San José et al. (1984).

### V.3 COMPORTAMIENTO DE LA VELOCIDAD DE FRICCIÓN Y LONGITUD DE MONIN-OBUKHOV

La velocidad de fricción ( $u_*$ ) y la longitud de Monin-Obukhov ( $L$ ) son dos parámetros importantes para este trabajo por dos circunstancias: por un lado, por la información sobre turbulencia

que proporciona el conocer su valor,  $u_*$  es una medida de la tensión turbulenta y  $L$  es una altura característica de la subcapa de turbulencia dinámica, y por otro lado su importancia radica en que es necesario conocer su valor para la evaluación de los coeficientes de intercambio turbulento ( $K_h$  y  $K_m$ ), en el caso de Valladolid, como veremos posteriormente.

La velocidad de fricción ya quedó definida en el capítulo II a través de la tensión turbulenta 2.35a. Si además tenemos en cuenta 2.43a como expresión también de la tensión turbulenta, podemos espresar la velocidad de fricción en función de la covarianza  $\overline{u'w'}$ :

$$u_* = (-\overline{u'w'})^{1/2} \quad (5.1)$$

Pero si  $-\overline{v'w'}$  no es despreciable y podemos medirla,  $u_*$  se puede evaluar como:

$$u_* = [ (\overline{u'w'})^2 + (\overline{v'w'})^2 ]^{1/4} \quad (5.2)$$

tal y como lo hace King (1990).

En la capa superficial, la velocidad de fricción es constante con la altura, ya que por definición, esta capa se caracteriza por tener constantes tanto los flujos de calor como los de momento. Sin embargo, y debido a veces a la poca altura de la capa superficial, como sucede en situaciones estables, podemos encontrar una variación de  $u_*$  con la altura.

La longitud de Monin-Obukhov ( $L$ ) fue introducida en el capítulo II (fórmula 2.33), como consecuencia de la búsqueda de un parámetro adimensional independiente ( $\zeta = z/L$ ). Si expresamos el flujo de calor en función de la covarianza  $\overline{\theta'w'}$  (2.43b), la longitud de Monin-Obukhov vendrá dada por:

$$L = - \frac{u_*^3 T_0}{k g \overline{w' \theta'}} \quad (5.3)$$

de modo que para flujos de calor positivos (situaciones inestables)  $L$  es negativa, y para flujos de calor negativos (situaciones estables)  $L$  es positiva; por lo tanto el signo es igual que para el número de Richardson.

#### V.3.1 CALCULO DE LA VELOCIDAD DE FRICCION, NUMERO DE RICHARDSON Y LONGITUD DE MONIN-OBUKHOV PARA LOS DATOS DE LA ANTARTIDA.

Los parámetros turbulentos  $u_*$ ,  $L$  y  $R_i$  se han calculado por distinto procedimiento, según se tratara de los datos procedentes de la Antártida o de los datos de Valladolid. Debido a que en las medidas de la base de Halley disponíamos de datos directos de las covarianzas  $\overline{u'w'}$ ,  $\overline{v'w'}$  y  $\overline{\theta'w'}$ , la velocidad de fricción y la longitud de Monin-Obukhov se han calculado a partir de estas medidas directas utilizando la fórmula 5.2 para  $u_*$  y 5.3 para  $L$ .

Por lo que respecta al número de Richardson del gradiente, se ha utilizado directamente la fórmula 2.37, y de este modo, sabiendo la forma del gradiente de temperatura potencial y del gradiente de velocidad, se puede calcular  $R_i$  a cualquier altura dentro del rango en el que estamos trabajando.

Los ajustes de perfiles de velocidad y temperatura potencial que se han usado son:

$$\bar{u}(z) = a + b \ln(z) + cz \quad (5.4a)$$

$$\bar{\theta}(z) = a' + b' \ln(z) + c'z \quad (5.4b)$$

según King (1990).

De esta manera,  $R_i$  a una altura  $z$  cualquiera sería:

$$R_i(z) = \frac{\frac{g}{\theta(z_0)} \left[ b'/z + c' \right]}{\left[ b/z + c \right]^2} \quad (5.5)$$

Para el ajuste del perfil (5.4a) se han utilizado únicamente los datos procedentes de los tres anemómetros sónicos, ya que los anemómetros de cazoletas convencionales pueden dar lugar a datos no demasiado correctos, especialmente para vientos débiles.

### V.3.2 CALCULO DE LA VELOCIDAD DE FRICCIÓN, LONGITUD DE M-O Y NUMERO DE RICHARDSON PARA LOS DATOS DE VALLADOLID

Los datos procedentes de la torre de Valladolid no nos proporcionaban directamente las covarianzas, con lo cual hemos de proceder de un modo alternativo para evaluar  $u_*$  y  $L$ . El método es semejante al método del perfil explicado en el apartado II.5 del segundo capítulo, pero sin suponer las simplificaciones 2.44a y 2.44b en las funciones de semejanza, y utilizando un método iterativo, convergente, para una mayor exactitud en el cálculo del valor de  $L$  (Casanova, 1985; San José et al., 1985).

La longitud de M-O en función de la velocidad de fricción ( $u_*$ ) y de la temperatura de escala ( $\theta_*$ ) es:

$$L = \frac{u_*^2 T_0}{k g \theta_*} \quad (5.6)$$

Por lo tanto, para calcular  $L$  necesitamos previamente conocer  $u_*$  y  $\theta_*$ . Para proceder al cálculo de  $L$ , distinguiremos entre los casos en que hay inestabilidad ( $R_i < 0$ ) y aquellos estables ( $R_i > 0$ ).

El número de Richardson que hemos calculado para los datos de

Valladolid ha sido el número de Richardson del gradiente calculado en alturas geométricas  $Z_m = (z_1 z_2)^{1/2}$  para cada par de alturas consecutivas. Como tenemos 5 niveles en la torre, se puede calcular  $Ri$  para 4 alturas geométricas:

$$Ri(Z_m) = \frac{g}{T_0} \frac{(\partial \bar{\theta} / \partial z)}{(\partial \bar{u} / \partial z)^2} \bigg|_{Z_m} = \frac{g z (\partial \bar{\theta} / \partial \ln z)}{T_0 (\partial \bar{u} / \partial \ln z)^2} \bigg|_{Z_m} \quad (5.7)$$

Las aproximaciones en diferencias finitas usadas para los gradientes son:

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \ln z} \cong \frac{\Delta \bar{\theta}}{\Delta(\ln z)} = \frac{\Delta \bar{\theta}}{\ln(z_2/z_1)} \quad (5.8a)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial(\ln z)} \cong \frac{\Delta \bar{u}}{\Delta(\ln z)} = \frac{\Delta \bar{u}}{\ln(z_2/z_1)} \quad (5.8b)$$

El hecho de usar  $\ln(z)$  en vez de  $z$  es debido a que los perfiles están más cercanos a la linealidad con respecto a  $\ln(z)$  que con respecto a  $z$  (Arya, 1988).

Con el desarrollo que acabamos de ver, el número de Richardson viene dado aproximadamente en el nivel geométrico  $Z_m$  por:

$$Ri(Z_m) \cong \frac{g}{T_0} Z_m \left( \ln \frac{z_2}{z_1} \right) \frac{\Delta \bar{\theta}}{(\Delta \bar{u})^2} \quad (5.9)$$

donde  $\Delta \bar{u} = (\bar{u}_2 - \bar{u}_1)$ ,  $\Delta \bar{\theta} = (\bar{\theta}_2 - \bar{\theta}_1)$ , son las diferencias de las velocidades medias y de las temperaturas potenciales medias entre los niveles  $z_1$  y  $z_2$ , y  $T_0$  es la temperatura de referencia que se ha tomado como la temperatura en el nivel más bajo ( $z = 6$  m).

Siguiendo con el cálculo de  $u_*$  y  $\theta_*$ , si integramos las ecuaciones de la cizalla adimensional  $\phi_m(\zeta)$ , 2.34a, y de la

temperatura adimensional  $\phi_h(\zeta)$ , 2.34b, con respecto a la altura, se obtienen los siguientes perfiles de viento y temperatura:

$$\bar{u} = \frac{u_*}{k} \left[ \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \psi_m(z/L) \right] \quad (5.10)$$

$$\bar{\theta} - \theta_0 = \frac{\theta_*}{k} \left[ \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \psi_h(z/L) \right] \quad (5.11)$$

donde  $\psi_m$  y  $\psi_h$  están definidas en el capítulo II (fórmulas 2.47 a y b).

Las funciones de cizalla y temperatura adimensional ( $\phi_m$  y  $\phi_h$ ) que se han utilizado son las dadas por Businger et al. (1971), cuyo comportamiento para terrenos homogéneos como el que se trata aquí parece ser bastante correcto, y que han sido utilizados en múltiples trabajos con buenos resultados.

La expresión analítica de estas funciones es:

$$\left. \begin{aligned} (5.12a) \quad \phi_m &= \left(1 - 15 \frac{z}{L}\right)^{-1/4} \\ (5.12b) \quad \phi_h &= 0.74 \left(1 - 9 \frac{z}{L}\right)^{-1/2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \zeta < 0 \\ \text{INESTABILIDAD} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} (5.13a) \quad \phi_m &= 1 + 4.7 \frac{z}{L} \\ (5.13b) \quad \phi_h &= 0.74 + 4.7 \frac{z}{L} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \zeta \geq 0 \\ \text{ESTABILIDAD} \end{array}$$

Para superficies suaves y moderadamente rugosas,  $z_0/L$  es normalmente bastante pequeño y los integrandos de las ecuaciones 2.42a y b se comportan bien en el caso de inestabilidad, para  $\zeta$  pequeños, de modo que en este caso el límite inferior de la integral se puede sustituir por 0.

De modo que las expresiones integradas de  $\psi_m$  y  $\psi_h$  son para caso de inestabilidad:

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_m = \ln \left[ \left( \frac{1+x}{2} \right)^2 \left( \frac{1+x^2}{2} \right) \right] - 2 \operatorname{tg}^{-1} x + \frac{\pi}{2} \end{array} \right. \quad (5.14a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_h = 2 \ln \left( \frac{1+y}{2} \right) \end{array} \right. \quad (5.14b)$$

$$\text{con } x = \left( 1 - \frac{15}{L} z \right)^{1/4} \quad y = \left( 1 - 9 \frac{z}{L} \right)^{1/2}.$$

Si modificamos las fórmulas 5.10 y 5.11 como:

$$\bar{u} = \frac{u_*}{k} \left[ \ln(z) - \psi_m(z/L) \right] - \frac{u_*}{k} \ln(z_0) \quad (5.15)$$

$$\bar{\theta} = \frac{\theta_*}{k} \left[ \ln(z) - \psi_h(z/L) \right] - \left( \frac{\theta_*}{k} \ln(z_0) + \theta_0 \right) \quad (5.16)$$

obtenemos la expresión de un par de rectas donde las variables independientes son  $\left[ \ln(z) - \psi_m(z/L) \right]$  y  $\left[ \ln(z) - \psi_h(z/L) \right]$ , y las variables dependientes  $\bar{u}$  y  $\bar{\theta}$ , respectivamente.

Al disponer de datos a distintas alturas, se puede hacer un ajuste de mínimos cuadrados de 5.15 y 5.16, obteniendo que las pendientes del ajuste son respectivamente  $u_*/k$  y  $\theta_*/k$ .

Para hacer el ajuste necesitamos el valor de  $L$ , y una primera aproximación de  $L$  se puede obtener a partir de 5.6, con  $u_*$  y  $\theta_*$  calculados de perfiles logarítmicos supuestos válidos para una atmósfera en estado neutro:

$$\bar{u} = \frac{u_*}{k} \ln(z/z_0) \quad (5.17a)$$

$$\bar{\theta} - \theta_0 = \frac{\theta_*}{k} \ln(z/z_0) \quad (5.17b)$$

Una vez obtenidos los valores  $u_*$  y  $\theta_*$  de los ajustes 5.15 y



5.16, obtenemos una  $u_*$  y una  $\theta_*$  diferentes de las obtenidas por 5.17a y 5.17b. Con estos nuevos valores se calcula una nueva  $L$  a partir de 5.6 y la comparamos con la primitiva. Si la diferencia entre ambas es mayor que un valor que nosotros establezcamos, tomamos la nueva  $L$  y volvemos a hacer los ajustes 5.15 y 5.16 para obtener nuevos valores de  $u_*$  y  $\theta_*$  con los que calcular una nueva  $L$  que compararemos con la última obtenida. El proceso se termina cuando la diferencia entre valores consecutivos de  $L$  sea suficientemente pequeña:

$$|L_i - L_{i+1}| < 0.1\% L_{i+1} \quad (5.18)$$

En este momento obtenemos unos valores finales de  $u_*$ ,  $\theta_*$  y  $L$  que se consideran representativos.

En el caso de situaciones estables, las expresiones integradas de  $\psi_m$  y  $\psi_h$  son:

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_m = - \frac{4.7}{L} (z - z_0) \end{array} \right. \quad (5.19a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_h = 0.26 \ln(z/z_0) - \frac{4.7}{L} (z - z_0) \end{array} \right. \quad (5.19b)$$

con lo cual las rectas a ajustar vendrán dadas por las expresiones:

$$\bar{u} = \frac{u_*}{k} \left[ \ln(z) + \frac{4.7}{L} z \right] - \left( \ln(z_0) + \frac{4.7}{L} z_0 \right) \frac{u_*}{k} \quad (5.20a)$$

$$\begin{aligned} \bar{\theta} = \frac{\theta_*}{k} \left[ 0.74 \ln(z) + \frac{4.7}{L} z \right] - \frac{\theta_*}{k} \left[ 0.74 \ln(z_0) + \frac{4.7}{L} z_0 \right] \\ + \theta_0 \end{aligned} \quad (5.20b)$$

donde nuevamente las pendientes de los ajustes proporcionarán  $u_*$  y  $\theta_*$ .

Al igual que en el caso inestable se necesitaba un valor inicial de L para hacer el ajuste a las primeras rectas 5.20a y 5.20b, en el caso de estabilidad sucede lo mismo, y se puede tomar un primer valor de L de la solución analítica de L en función del número de Richardson "bulk" que Ku et al. (1987) deducen para situaciones estables. Estos autores demostraron que para condiciones de estabilidad:

$$\frac{z_2 - z_1}{L} = \left[ \ln(z_2/z_1) \right] F(R_{12}) \quad (5.21)$$

donde  $z_1$  y  $z_2$  son los niveles entre los que se calcula L, y  $R_{12}$  viene definido como:

$$R_{12} = \left( \frac{g}{\theta_0} \right) \frac{\Delta \bar{\theta} \Delta z}{(\Delta \bar{u})^2} \quad (5.22)$$

con  $\Delta \bar{\theta} = \bar{\theta}_2 - \bar{\theta}_1$ ,  $\Delta \bar{u} = \bar{u}_2 - \bar{u}_1$  e  $\Delta z = z_2 - z_1$ . Los subíndices 1 y 2 indican los niveles en los que se está evaluando tanto  $\bar{\theta}$  como  $\bar{u}$ , y  $F(R_{12})$  es la siguiente expresión:

$$F(R_{12}) = [9.4R_{12} - 0.74 + (4.8888R_{12} + 0.5476)^{0.5}] / (9.4 - 44.18R_{12}) \quad (5.23)$$

Una vez conocido  $F(R_{12})$  y  $R_{12}$ , el valor de L se obtiene despejando de 5.21:

$$L = \frac{z_2 - z_1}{\left[ \ln(z_2/z_1) \right] F(R_{12})} \quad (5.24)$$

Este será el valor de  $L_{\text{inicial}}$  que se introduce en 5.20a y 5.20b para empezar el primer ajuste. Dado que la altura de la capa superficial en condiciones estables es menor que en inestables, los ajustes 5.20 a y b se han realizado sólo para alturas de 6, 12 y 26 m, mientras que para condiciones inestables se ha añadido la altura de 51 m, excluyendo la de 100 m, para asegurar así que

los cálculos se están realizando dentro de la capa superficial (Maqueda, 1987). Tras efectuar el ajuste, se calcula (al igual que en el caso inestable) un nuevo  $L$  a partir de la fórmula 5.6. Utilizando el criterio de convergencia 5.18, continuamos el método de realizar nuevos ajustes hasta que se verifique dicho criterio, terminando el proceso en ese momento y obteniendo una velocidad de fricción y una longitud de  $M-O$  finales.

Un modo alternativo a Ku et al. para obtener una  $L$  inicial con el que comenzar el ajuste en el caso estable es el siguiente: partiendo de la relación existente entre las funciones universales ( $\phi_m$  y  $\phi_h$ ) y el número de Richardson que vimos en 2.36 y utilizando  $\phi_m$  y  $\phi_h$  para el caso estable (5.13 a y b) se puede deducir la siguiente ecuación de 2º grado en  $L$ :

$$L^2 R_1 + L(9.4zR_1 - 0.74z) + z^2(22.09R_1 - 4.7) = 0 \quad (5.25)$$

Un primer valor orientativo de  $L$ , que se puede utilizar para obtener los primeros ajustes, es el valor positivo que se obtiene al resolver 5.25 con el valor de  $R_1$  en  $z = 8.48$  m, que es la primera altura geométrica entre los dos primeros niveles de la torre.

Los resultados obtenidos del método iterativo para la obtención de  $L$  han sido prácticamente iguales tanto si iniciábamos el modelo con la  $L$  según Ku et al. (1987), como si lo hacíamos de este último modo. En nuestro trabajo hemos utilizado el último método descrito.

### V.3.3 RESULTADOS

En el caso de los datos de la Antártida, no tiene sentido hacer una análisis de la evolución temporal de los parámetros turbulentos  $u_*$ ,  $L$  y  $R_1$ , ya que estos datos no están influenciados por el ciclo solar diario (por tratarse de meses en los que reina

la oscuridad). Por ello, las relaciones que hemos analizado son de dependencia de la velocidad de fricción y de la longitud de Monin-Obukhov con  $R_i$  como parámetro de estabilidad.

En las figuras 5.3a, 5.4a, 5.5a y 5.6a, están representadas las relaciones de la velocidad de fricción con el número de Richardson para los meses de marzo, abril, mayo y junio respectivamente en  $z=5$  m. Se observa en estas figuras cómo los valores de la velocidad de fricción oscilan desde cero hasta alrededor de 0.4 m/s. Para valores de  $R_i$  por debajo de 0.1, hay una disminución fuerte de  $u_*$  al aumentar la estabilidad. Por otro lado, la mayoría de los valores de  $u_*$  no sobrepasan la cota de 0.1 m/s para  $R_i$  mayores que 0.1, con lo cual la cizalla queda muy atenuada antes incluso de alcanzarse el valor crítico del número de Richardson (0.25).

En las figuras 5.3b, 5.4b, 5.5b y 5.6b se representan los valores de la longitud de M-O frente al número de Richardson para los mismos meses anteriormente citados y  $z=5$  m. Al igual que con la velocidad de fricción, aparece una fuerte disminución de  $L$  según aumenta el número de Richardson desde 0 hasta 0.1. El rango de  $L$  oscila entre los 0 y 100 metros. La alta estabilidad que reflejan los valores bajos de  $L$ , aparece para  $R_i$  mayores de 0.1, donde  $L$  se sitúa mayoritariamente por debajo de los 20 metros.

Por lo que respecta a los datos de Valladolid, éstos tienen un análisis de sus parámetros turbulentos más complejo, por estar directamente influenciados por el ciclo solar diario. De entre los días analizados en los meses de julio, agosto y septiembre de 1982 se han seleccionado los días 10, 14, 21, 22, y 23 de julio y 5 y 22 de septiembre para realizar el estudio llevado a cabo a lo largo de este capítulo. La selección se ha hecho en función de los distintos tipos de situaciones sinópticas que se presentan a lo largo del verano. Un fenómeno frecuente en el verano (superior al 50 %), es el de la aparición de situación de baja térmica. Estas bajas presiones locales están asociadas a un intenso calentamiento de la capa de aire en contacto con suelos más bien secos y con

escasa vegetación. Además, la presencia del anticiclón atlántico potencia estas situaciones. Una de las zonas en las que la baja térmica es más frecuente e intensa es precisamente la zona de Valladolid, (Portela y Castro, 1991).

Las características meteorológicas y sinópticas de los días seleccionados se pueden resumir como sigue:

**Día 10 de julio:** Cielos despejados y temperaturas altas con 13 horas de sol. Influencia de altas presiones por la mañana con una débil borrasca situada al noroeste de la península. Por la tarde se aprecia la formación de baja térmica (fig. 5.7). En estas figuras se presentan tres mapas de isobaras, el correspondiente a las 12 de la mañana, el de las 18 horas y el de las 6 de la mañana del día siguiente. Con este último podemos intuir cómo ha sido la evolución durante la noche. Los tres mapas son en superficie y las horas señaladas son TMG, como sucede con las horas que aparecen en la evolución temporal de los parámetros turbulentos que analizaremos a continuación.

**Día 14 de julio:** Cielos despejados con algún intervalo nuboso. Temperaturas moderadas. Una insolación de 11 horas e influencia de fuerte anticiclón en el Atlántico. Formación de baja térmica por la tarde (fig 5.8).

**Día 21 de julio:** Cielos despejados (12 horas de sol), y temperaturas moderadas. Influencia anticiclónica matutina centrada en las Islas Británicas, siguiendo esta influencia a lo largo de todo el día y la noche, prolongándose a la mañana del 22 de julio (fig. 5.9)

**Día 22 de julio:** Cielos despejados (12 horas de sol) con temperaturas máximas de 28 °C. Continúa durante la mañana el anticiclón británico, acercándose por el Atlántico una débil borrasca (1012 mb), con dos frentes asociados. La situación por la tarde es de influencia anticiclónica, con una pequeña baja térmica

sobre la mitad oriental de la península (fig. 5.10).

**Día 23 de julio:** Cielos despejados (11 horas de sol), con máxima de 29 °C. Por la mañana bajas presiones relativas (1016 mb) e influencia anticiclónica en el Atlántico y zona de Islas Británicas. La situación barométrica por la tarde es similar, aunque el centro de bajas presiones relativas se ha desplazado hacia el sureste. La implantación anticiclónica prosigue a lo largo de la noche (fig. 5.11).

**Día 5 de septiembre:** Cielos despejados (10 horas de sol) y temperaturas altas. Por la mañana, influencia de un anticiclón mediterráneo y frente frío aproximándose a la península por el oeste. Por la tarde la situación es semejante. Posteriormente, a lo largo de la noche, se establece la influencia del anticiclón atlántico (fig. 5.12).

**Día 22 de septiembre:** Nuboso con intervalos de nubosidad abundante (5 horas de sol) y temperaturas suaves (máxima de 22 °C). Un frente frío débil cruza la península. Por la tarde, el anticiclón atlántico entra en el área de influencia de la península incrementándose a lo largo de la noche (fig. 5.13).

En las figuras 5.14 a 5.20 (ambas inclusive) se pueden observar las evoluciones de los números de Richardson en  $Z = 8.48$  m para todos los días estudiados. La línea horizontal marca el  $Ri$  cero, lo cual facilita la separación de situaciones estables ( $Ri \geq 0$ ) e inestables ( $Ri < 0$ ). En las figuras 5.21, 5.23, 5.25, 5.27, 5.29, 5.31 y 5.33 están las evoluciones temporales de la velocidad de fricción y en las 5.22, 5.24, 5.26, 5.28, 5.30, 5.32 y 5.34 las evoluciones temporales de la longitud de Monin-Obukhov ( $L$ ).

El periodo de tiempo analizado comprende las 24 horas del día, desde las 0 h a las 24 h, por lo tanto tenemos dos periodos nocturnos y uno diurno. Al primer periodo nocturno lo

calificaremos como periodo de madrugada y comprende el intervalo desde las 0 h hasta las 6 h aproximadamente, mientras que el segundo lo denominaremos periodo de noche e iría desde las 18 h o algo más, hasta la media noche.

En un análisis global podemos ver como se distinguen claramente, en todos los días analizados, dos tramos de estabilidad en los periodos nocturnos, y uno de inestabilidad durante el día. Dentro de los periodos de estabilidad se presentan distintas evoluciones como detallaremos a continuación.

Así, el día 10 de julio presenta durante el periodo de madrugada una estabilidad moderada (algo por debajo de  $Ri \approx 0.1$ ), salvo un pico alrededor de las 5 h donde la estabilidad es mayor (fig. 5.14). En cambio, después de la puesta de sol (periodo de noche) la estabilidad es bastante acusada durante toda la noche, superando el valor del número de Richardson crítico (0.25) en numerosas ocasiones. Al analizar el comportamiento de la velocidad de fricción y de la longitud de Monin-Obukhov para los periodos nocturnos tenemos que  $u_*$  oscila entre 0.15 y 0.45 m/s, por lo tanto la cizalla alcanza en determinados momentos valores importantes, siendo esto la causa de la débil estabilidad en la madrugada. La longitud de M-O en la madrugada oscila entre los 20 y 80 metros, coincidiendo los máximos de  $u_*$  con los de L. Este resultado es bastante coherente, ya que durante la noche el principal elemento inestabilizador de las capas cercanas al suelo es la cizalla (que viene caracterizada por la velocidad de fricción), y valores de velocidad de fricción altos deben conducir a valores de L positivos y mayores, indicativos de una estabilidad débil. El problema al analizar este día aparece después de la puesta de sol, ya que apenas se han obtenido valores de los parámetros turbulentos  $u_*$  y L. Esto parece ser debido a que para estabilidades tan altas como las que aparecen en esta noche el método iterativo utilizado no converge adecuadamente, con lo cual la estimación de estos parámetros no se ha tenido en cuenta. Durante el día la inestabilidad se puede considerar media-alta con

valores de  $R_i$  muy dispersos y repartidos fundamentalmente entre 0 y -2. La velocidad de fricción alcanza otro máximo alrededor de las 15 h, pero durante el día la inestabilidad, además de poder estar provocada por la cizalla (y por lo tanto por la velocidad de fricción), es fundamentalmente de origen térmico, y los fenómenos convectivos predominan sobre los mecánicos ( $u_*$ ). Por ello, entre las 9 y 14 h se alcanzan los mayores niveles de inestabilidad, como se observa en la gráfica 5.22 de  $L$  (valores pequeños y negativos), sin tener a esa hora valores importantes de la velocidad de fricción.

El día 14 de julio, el número de Richardson tiene una evolución bastante distinta al día anteriormente analizado (10 de julio). Como se observa en la figura 5.15, en el periodo de madrugada  $R_i$  se sitúa en una media algo inferior a 0.2, alcanzándose máximos de 0.3 en algunas ocasiones. A partir de las 6 de la mañana  $R_i$  comienza a tomar valores negativos hasta aproximadamente las 19 h: durante el transcurso de la actividad solar la inestabilidad va en aumento, alcanzándose las cotas mínimas de  $R_i$ , y por lo tanto de máxima inestabilidad sobre las 14 h, aunque la dispersión de  $R_i$  en la franja horaria de inestabilidad es bastante grande, hecho observado también en el resto de días analizados. Esto contrasta con la general concentración de los datos para los periodos estables. Desde el atardecer y hasta la media noche  $R_i$  vuelve a ser positivo, pero en esta ocasión la estabilidad es bastante más débil con valores claramente por debajo de 0.1. Estos valores tan pequeños parecen causados por la cizalla del viento, según se desprende del gráfico de la velocidad de fricción (fig. 5.23), que en este día alcanza cotas mayores durante la noche que durante el día. El mismo resultado se obtiene para los periodos de noche de los días 22 y 23 de julio con valores bajos de  $R_i$  (fig. 5.17 y 5.18) y valores de  $u_*$  relativamente altos (fig 5.27 y 5.29). Por lo tanto, parece que durante la noche la influencia de la cizalla (evaluada a través de la velocidad de fricción) sobre la estabilidad es grande y parece ser la única causante del debilitamiento de situaciones



estables.

Analizando la gráfica de la longitud de M-O para el 14 de Julio (fig. 5.24) se aprecia cómo los valores comentados de  $R_i$  y  $u_*$  están en concordancia con los valores y evolución de  $L$ , y valores superiores a 100 m, indicativos de una débil estabilidad se obtienen en el periodo de noche, mientras que en el de madrugada el valor de  $L$  se sitúa entre 0 y 100 m, correspondiente a estabildades mayores. Durante el día,  $L$  refleja una continuada y gran inestabilidad con un valor promedio de -10 m.

Los periodos de madrugada de los días 21 y 22 de julio y 5 de septiembre son los de mayor estabilidad observados, como se aprecia en las evoluciones del número de Richardson (fig. 5.16, 5.17 y 5.19). En corcondancia se dan bajos valores de cizalla (fig. 5.25, 5.27 y 5.31) y valores inferiores a 100 m de  $L$  (fig. 5.26, 5.28 y 5.32), y en numerosas ocasiones inferiores a 50 m.

Al estudiar los tramos de inestabilidad ( $R_i$  y  $L$  negativos), se aprecia en las distintas figuras cómo la cizalla durante el día no es el elemento determinante de la inestabilidad como sucede por la noche, y así, durante el día se alcanzan cotas de inestabilidad bastante elevadas, con  $L$  inferiores a 100 m en valor absoluto, en todos los días, para distintas evoluciones de la velocidad de fricción. Por lo tanto, la turbulencia generada por los movimientos convectivos, que tienen lugar durante el periodo de calentamiento solar, es mucho más importante que la turbulencia de origen mecánico que se manifiesta a traves de la cizalla del viento y la velocidad de fricción. Además, cuando se generan movimientos convectivos importantes, estos movimientos verticales tienden a homogeneizar las capas de aire y a debilitar la cizalla.

#### V.4 COEFICIENTES DE INTERCAMBIO TURBULENTO

Un modo de estudiar la mezcla turbulenta que tiene lugar en

las capas más cercanas al suelo es analizando el comportamiento de los intercambios turbulentos de momento y calor que se producen en esta zona. Para ello es interesante evaluar los llamados coeficientes de intercambio turbulento correspondientes ( $K_m$  y  $K_h$ ). A partir de las fórmulas 2.21 y 2.22a estos coeficientes vienen dados por:

$$K_m = \frac{-\overline{u'w'}}{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)} \quad (5.26a)$$

$$K_h = \frac{-\overline{w'\theta'}}{\left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}\right)} \quad (5.26b)$$

Para determinar de una manera precisa estos parámetros, necesitamos conocer, además de los perfiles medios de velocidad y temperatura potencial, las covarianzas ( $\overline{u'w'}$ ,  $\overline{w'\theta'}$ ) que están directamente relacionadas con los flujos de momento y calor.

En algunas ocasiones, se ha hecho un tratamiento simplista de estos coeficientes, considerándolos aproximadamente constantes e iguales (comportamiento pasivo). Sin embargo, realizando un análisis detallado de los mismos se encuentran importantes matices diferenciadores entre ellos.

#### V.4.1 CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE INTERCAMBIO TURBULENTO PARA LOS DATOS DE LA ANTARTIDA.

En los datos procedentes de la base de Halley, tenemos medidas las covarianzas  $\overline{u'w'}$  y  $\overline{w'\theta'}$  directamente a través de las medidas de los termoanemómetros sónicos, situados a 5, 17 y 32 m. Por lo tanto, para calcular  $K_m$  y  $K_h$  se procede directamente a través de 5.26a y 5.26b, una vez calculados los gradientes de velocidad media y de temperatura potencial media en la altura correspondiente en que los queremos evaluar, de manera análoga a

como se hacía para el cálculo del número de Richardson (apartado V.3.1). Los coeficientes se han evaluado para  $z = 5$  m.

#### V.4.2 CALCULO DE LOS COEFICIENTES PARA LOS DATOS DE VALLADOLID

En este caso, al no disponer de las medidas de las covarianzas, se ha procedido de manera distinta en el cálculo de los coeficientes de intercambio turbulento.

Si se sustituye  $-\overline{u'w'}$  por  $u_*^2$  y  $(\partial\bar{u}/\partial z)$  por  $(\phi_m u_*/kz)$ , según se vió en la fórmula 2.34a, obtenemos:

$$K_m = \frac{k z u_*}{\phi_m} \quad (5.27)$$

Para la estimación de  $K_h$ , se ha sustituido en 5.26b  $-\overline{w'\theta'}$  por  $\theta_* u_*$  y  $(\partial\bar{\theta}/\partial z)$  por  $(\theta_* \phi_h/kz)$ , según la fórmula 2.34b, con lo cual el resultado obtenido es :

$$K_h = \frac{k z u_*}{\phi_h} \quad (5.28)$$

Para calcular  $K_m$  y  $K_h$  a través de 5.27 y 5.28 a una altura determinada, necesitamos conocer  $u_*$ ,  $\phi_m$  y  $\phi_h$ . El cálculo de  $u_*$  ya se explicó en el apartado V.3.2.. Por lo que se refiere a  $\phi_m$  y  $\phi_h$  se han utilizado las calculadas por Businger et al. (1971) que, como se ha mencionado con anterioridad, han dado buenos resultados en estudios de trabajos en terrenos homogéneos como el que aquí se desarrolla. Estas funciones están explícitamente escritas en 5.12 a y b, y en 5.13 a y b..

La longitud de Monin-Obukhov ( $L$ ) utilizada para la estimación de las funciones universales ha sido calculada por el método iterativo descrito en el apartado V.3.2.

El estudio se ha hecho para la zona más cercana al suelo, en concreto para la altura media geométrica entre los dos primeros niveles, 6 y 12 metros.

#### V.4.3 RESULTADOS

Este apartado de resultados de los coeficientes de intercambio turbulento se va a dividir en dos partes, una primera del estudio de la evolución temporal de  $K_m$  y  $K_h$  a lo largo de las 24 h del día, y una segunda parte de evolución de las difusividades turbulentas con la estabilidad. La primera parte se ha llevado a cabo sólo con los datos de Valladolid, ya que como se ha explicado anteriormente, los datos de la Antártida corresponden al invierno polar, y por tanto no tiene sentido hacer análisis de evoluciones temporales.

##### V.4.3.1 Evolución temporal de los coeficientes de intercambio turbulento

En las figuras 5.35, 5.37, 5.39, 5.41, 5.43, 5.45 y 5.47 están representadas las evoluciones temporales del coeficiente de intercambio turbulento de momento ( $K_m$ ) a lo largo de las 24 h del día, para todos los días analizados en Valladolid. Las evoluciones temporales del coeficiente de intercambio turbulento de calor ( $K_h$ ) se encuentran en las figuras 5.36, 5.38, 5.40, 5.42, 5.44, 5.46 y 5.48.

En líneas generales, los resultados muestran cómo los coeficientes de intercambio turbulento parecen tener un comportamiento cíclico a lo largo del día con valores pequeños de madrugada, incrementándose su valor durante el día y alcanzando máximos en las horas centrales, para volver a descender por la noche. Durante el día, los valores del intercambio turbulento de calor son claramente superiores a los de momento, mientras que en los periodos nocturnos, esta diferencia es muy pequeña. Esto puede ser debido a que durante el día, el intercambio de calor se ve

fuertemente potenciado por el calentamiento solar, que genera grandes inestabilidades convectivas y por ello fuertes intercambios verticales de masa y calor. Por el contrario, por la noche, esta falta de generación convectiva hace disminuir considerablemente el intercambio turbulento de calor.

Como decíamos, esto es en líneas generales, pero profundizando más en el análisis se encuentran elementos distintos en las evoluciones, especialmente en los periodos nocturnos. Así, en el periodo de madrugada del día 10 de julio aparece un máximo relativo, tanto en  $K_m$  como en  $K_h$ , además de los máximos diurnos (fig. 5.35 y 5.36). Estos máximos nocturnos coinciden con un máximo de la velocidad de fricción (fig. 5.21), por lo que se pone de manifiesto una vez más la importancia desestabilizadora de la cizalla durante la noche. La diferencia entre los máximos diurno y nocturno es más grande para  $K_h$  que para  $K_m$ , lo que ratifica la mayor influencia de la convección térmica en  $K_h$  que en  $K_m$ , y cómo para estas condiciones convectivas, los valores de  $K_h$  son manifiestamente superiores a los de  $K_m$ . Estos máximos de  $K_m$  y  $K_h$  durante la madrugada también están en concordancia con la débil estabilidad observada durante ese periodo a través del número de Richardson (fig. 5.14).

Analizando el día 14 de julio (fig. 5.37 y 5.38), se observan como rasgos generales la obtención de valores máximos de  $K_m$  y  $K_h$  para las horas de mayor actividad solar, siendo  $K_m$  menor que  $K_h$  y atenuándose esta diferencia según el forzamiento solar va perdiendo importancia. En estas figuras se aprecia cómo hasta el amanecer ambos coeficientes alcanzan valores por debajo de  $0.8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , subiendo  $K_m$  a lo largo del día hasta valores algo superiores a  $1.5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  y  $K_h$  alrededor de  $3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Al atardecer los valores van disminuyendo; sin embargo este descenso no se prolonga durante la noche, sino que se mantienen en valores relativamente importantes. Nuevamente la responsabilidad estaría en los débiles valores de estabilidad, con  $Ri$  menor de 0.1 (fig. 5.15) y valores altos de la velocidad de fricción (fig. 5.21). Son especialmente

reseñables los altos valores que alcanza  $K_m$  desde el atardecer hasta la media noche, y que pueden ser debidos al alto valor de la cizalla, expresada a través de la velocidad de fricción.

El día 22 de julio (fig. 5.41 y 5.42) se obtienen resultados bastante similares a los del día 14 de julio, aunque en el periodo de madrugada los valores de  $K_m$  y  $K_h$  son menores, debido a la mayor estabilidad que existe durante ese periodo, como se aprecia a través del número de Richardson en la figura 5.17.

La diferencia en cuanto a la situación sinóptica entre estos dos días (14 y 22 de julio) está en que en el día 14 el anticiclón está situado en el Atlántico, mientras que el día 22 está en las Islas Británicas, pero parece que más que la situación sinóptica, los factores que influyen en los coeficientes de intercambio turbulento, y por lo tanto en la mezcla turbulenta que tiene lugar, son propios de la estabilidad local.

El 21 de julio (fig. 5.39 y 5.40) es el día en el que la evolución temporal de  $K_m$  y  $K_h$  es más regular y simétrica. Se observa un aumento continuo y con poca dispersión desde el amanecer hasta alcanzar los valores máximos (alrededor de  $3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  para  $K_h$  y algo más de  $1.5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  para  $K_m$ ) entre las 12 y las 15 h, comenzando entonces el descenso con valores por debajo de  $1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  desde el ocaso. La tendencia descendente de la velocidad de fricción (fig. 5.25) puede explicar la evolución descendente en el periodo de noche del 21 de julio.

Una evolución semejante a la del día 21 de julio se obtiene para el 22 de septiembre, aunque el máximo de este día es inferior al del 21 de julio. El motivo puede estar en que las condiciones convectivas del 22 de septiembre son inferiores a las del 21 de julio, con una insolación mucho menor, debido al frente frío que atraviesa ese día la península, así como a razones astronómicas.

El día 23 de julio (fig. 5.43 y 5.44) presenta una evolución con rasgos distintos a los anteriormente analizados. El rasgo principal es que se ensancha el periodo horario en que se alcanzan los valores más altos tanto de  $K_m$  como de  $K_h$ . Observando la gráfica de la longitud de M-O (fig. 5.30) se aprecia cómo la inestabilidad es grande a lo largo del periodo horario de actividad solar y además muy uniforme, lo que podría explicar este comportamiento en  $K_m$  y  $K_h$ . La disminución de los valores durante el periodo de madrugada es un fiel reflejo del aumento de la estabilidad a lo largo del mismo (fig. 5.16). En el periodo de noche se obtienen algunos valores altos de  $K_m$  que vienen provocados por la existencia de una cizalla alta, según se desprende del análisis de la velocidad de fricción (fig. 5.29). Las cotas alcanzadas por  $K_m$  durante el periodo de noche son comparables con las obtenidas durante el día; sin embargo, aunque los valores de  $K_h$  son grandes en el periodo de noche, no alcanzan a los valores diurnos. Todo ello, indica de nuevo que la cizalla influye más sobre  $K_m$  mientras que la convección térmica lo hace sobre  $K_h$ .

Como resumen de este apartado, se puede concluir que los coeficientes de intercambio turbulento  $K_m$  y  $K_h$  tienen una fuerte dependencia de las condiciones de estabilidad, manifestadas a través de  $Ri$  y  $L$ . La influencia de la cizalla ( $u_*$ ) es muy importante por la noche, por ser la causa fundamental de generación de débiles estabilidades en ausencia de calentamiento solar, mientras que durante el día la cizalla queda muy atenuada ante la preponderancia de la inestabilidad térmica que da lugar a los movimientos convectivos.

#### **V.4.3.2 Evolución de los coeficientes de intercambio turbulento con el número de Richardson**

En este apartado se analizarán los resultados de dependencia de los coeficientes de intercambio turbulento ( $K_m$  y  $K_h$ ) con la estabilidad ( $Ri$ ), tanto para los datos de Valladolid como para los

de la Antártida. Los datos de Valladolid están organizados por días, mientras que los de la Antártida se han organizado por meses. En las figuras 5.49, 5.51, 5.53, 5.55, 5.57, 5.59 y 5.61 están representadas las gráficas de  $K_m-R_i$  para Valladolid, y en las 5.50, 5.52, 5.54, 5.56, 5.58, 5.60 y 5.62 las gráficas de  $K_h-R_i$  también para Valladolid. Los gráficos de  $K_m-R_i$  para la Antártida están en las figuras 5.63, , 5.65, 5.67 y 5.69, mientras que los de  $K_h-R_i$  corresponden a las figuras 5.64, 5.66, 5.68 y 5.70. Una de las diferencias entre los dos conjuntos de datos es el rango de que se dispone en el número de Richardson según se trate de la Antártida o Valladolid. Para los datos de Valladolid, tenemos un rango de  $R_i$  inestables entre -3 y 0, mientras que para la Antártida en pocas ocasiones se alcanzan  $R_i$  negativos y cuando sucede son valores muy próximos a cero (-0.05 o más cercanos a cero). Por el contrario, en el rango de  $R_i$  positivos, el número de Richardson llega a sus cotas más altas en la Antártida. Estos distintos rangos están causados por las condiciones meteorológicas que concurren. En Valladolid tiene lugar abundante calentamiento solar durante el día que da lugar a situaciones convectivas y a generar una inestabilidad que se manifiesta a través de valores de  $R_i$  grandes en valor absoluto y negativos. Estas circunstancias no tienen lugar en la Antártida, donde debido al invierno austral y a los continuos periodos de oscuridad, se dan las condiciones propicias para que se establezcan fuertes situaciones estables que vienen representadas por  $R_i$  positivos y grandes. El hecho importante es que entre los dos conjuntos de datos se cubre un rango de estabilidad bastante amplio con  $R_i$  desde -3 a 0.5 aproximadamente.

En general, se aprecia en las gráficas que para  $R_i$  negativos hay una dispersión bastante grande en los datos, tanto en  $K_m$  como en  $K_h$  y los valores oscilan entre 0.5 y  $1.5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  para  $K_m$  y entre 1 y  $3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  aproximadamente para  $K_h$ . A medida que  $R_i$  se aproxima mucho al cero, los valores de los coeficientes comienzan a disminuir, pero es en los primeros valores positivos de  $R_i$  donde se produce un descenso muy brusco de los valores de  $K_m$  y de  $K_h$ .



cayendo a cotas muy próximas a cero para  $R_i$  mayores de 0.1. Los valores de  $R_i$  estables en los datos de Valladolid están por debajo de 0.3, pero en los datos de la Antártida se llega hasta 0.5, con valores de  $K_m$  y  $K_h$  muy próximos a cero para estas altas estabildades. En la figura 5.70, que corresponde al mes de Junio en la Antártida, se obtienen numerosos valores de  $K_h$  prácticamente nulos para  $R_i$  mayores de 0.1. El obtener más valores en este mes es debido a las mayores estabildades que se alcanzan en Junio en la Antártida.. Las gráficas de la Antártida se pueden considerar como una continuación de las obtenidas para Valladolid, con mayores cotas de estabildad.

La similitud de los resultados para todos los días de Valladolid analizados parece indicar que, efectivamente, lo importante para los coeficientes de intercambio turbulento es más la estabildad local ( $R_i$ ) que las condiciones sinópticas que tengan lugar, estando influenciados estos coeficientes de intercambio turbulento principalmente por la microescala.

#### **V.4.3.3. Estudio del cociente de los coeficientes de intercambio turbulento ( $\alpha$ )**

Como ya se indicaba en la introducción de este capítulo, un factor importante en el estudio de la mezcla turbulenta es el cociente entre el coeficiente de intercambio turbulento de calor y el de momento ( $\alpha \equiv K_h/K_m$ ). Este valor nos va a indicar cuándo los intercambios de calor turbulento se ven más favorecidos frente a los de momento o viceversa.

En las figuras 5.71, 5.73, 5.75, 5.77, 5.79. 5.81 y 5.83 están representadas las evoluciones de  $\alpha$  en función del número de Richardson, tanto para  $R_i$  positivos como negativos, para los datos de Valladolid. Dada la concentración de datos observados para las situaciones con  $R_i > 0$ , éstos se han representado en solitario en las figuras 5.72, 5.74, 5.76, 5.78, 5.80, 5.82 y 5.84

para la totalidad de los días estudiados. Los resultados de los datos de la Antártida en los meses de marzo, abril, mayo y junio están respectivamente en las figuras 5.85, 5.86, 5.87 y 5.88.

El comportamiento de  $\alpha$  para los datos de Valladolid es de dispersión para  $R_i$  negativos, pero con una suave tendencia a disminuir su valor al aumentar  $R_i$ , y fuerte descenso a partir de  $R_i$  positivos. De ello se puede deducir que el aumento de estabilidad inhibe de un modo más significativo los intercambios turbulentos de calor que los de momento. Esta disminución observada para valores de Richardson positivos es todavía más acusada para los datos antárticos, donde para estabilidades muy débiles  $\alpha$  alcanza valores mayores que en los registros de Valladolid. Esto podría estar motivado por los fuertes vientos que en ocasiones se registran en la Antártida y que dan lugar a homogeneizaciones temporales de las capas más próximas al suelo, proporcionando valores de  $K_h$  considerablemente superiores a  $K_m$ . Por otro lado, mientras en los datos de Valladolid  $\alpha$  tiende al valor 1 para las estabilidades mayores, en los datos de la Antártida se observan valores por debajo de 1 especialmente para las mayores estabilidades. En el mes de junio antártico, aunque con bastante dispersión, se dan numerosos casos con  $\alpha < 1$ . Esto sería indicativo de que el intercambio turbulento de momento es en estas ocasiones mayor que el intercambio turbulento de calor. Esto puede estar causado por las ondas internas que se generan en la Antártida propiciadas por las fuertes estabilidades que tienen lugar (Rees y Mobbs, 1988). Debido a estas altas estabilidades, se producen interfases estables de densidad y temperatura en las cuales se originan las ondas internas, que si se mantienen y no se producen rupturas de las mismas, evitan el intercambio turbulento de calor, mientras que es posible el intercambio turbulento de momento que se puede transmitir a través de las ondulaciones sin que haya ruptura ni intercambio de masa (Kondo et al., 1978). Este razonamiento puede justificar el comportamiento de  $\alpha$  para altas estabilidades, como las alcanzadas en la Antártida.

## V.5 RELACIONES ENTRE EL NUMERO DE RICHARDSON DEL FLUJO Y EL NUMERO DE RICHARDSON DEL GRADIENTE

La relación entre estos dos números de Richardson tiene importancia por las consideraciones energéticas que encierra el número de Richardson del flujo y porque este número es análogo a la eficiencia de mezcla usada en los experimentos de laboratorio.

En primer lugar, y antes de pasar a los resultados obtenidos, es interesante ver el origen del número de Richardson del flujo en las ecuaciones de la energía cinética turbulenta. Para ello partiremos de la ecuación 2.24 del capítulo II.

La ecuación de la energía cinética turbulenta  $E$  [ $E = (1/2) \overline{u'^2} = (1/2) (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$ ] se obtiene sumando las ecuaciones 2.24 para  $i=j=1,2,3, \dots$ . El resultado, después de dividir por 2 y considerando homogeneidad horizontal del flujo medio es:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} = & - \left( \overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{v'w'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{u'^2 w'}}{\partial z} \\ & - \frac{1}{\rho_0} \overline{u'_\alpha \frac{\partial p'}{\partial x_\alpha}} + \frac{g}{\theta_0} \overline{w' \theta'} - \epsilon \end{aligned} \quad (5.29)$$

donde  $\epsilon$  es el término de disipación.

Teniendo en cuenta que al suponer incompresibilidad el término de presión queda reducido a :

$$- \frac{1}{\rho_0} \overline{u'_\alpha \frac{\partial p'}{\partial x_\alpha}} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \overline{p' u'_\alpha}}{\partial x_\alpha} \quad (5.30)$$

y considerando los términos de transporte y presión como

horizontalmente homogéneos, 5.29 se reduce a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} = & - \left( \overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{v'w'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) - \frac{\partial \overline{E'w'}}{\partial z} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \overline{p'w'}}{\partial z} \\ & + \frac{g}{\theta_0} \overline{w'\theta'} - \epsilon \end{aligned} \quad (5.31)$$

donde  $E' = \frac{1}{2} u'^2 = \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2 + w'^2)$ .

La ecuación 5.31 se puede expresar como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} = & - \left( \overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{v'w'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) (1 - Rf) - \frac{\partial \overline{E'w'}}{\partial z} \\ & - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \overline{p'w'}}{\partial z} - \epsilon \end{aligned} \quad (5.32)$$

donde Rf es el número de Richardson del flujo, que se define como el cociente entre el término de producción de flotabilidad (o fuerzas de Arquímedes) y el de producción de cizalla:

$$Rf = \frac{\frac{g}{\theta_0} \overline{w'\theta'}}{\overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{v'w'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}} \quad (5.33)$$

o despreciando el segundo término del denominador:

$$Rf = \frac{\frac{g}{\theta_0} \overline{w'\theta'}}{\overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}} \quad (5.34)$$

Este número proporciona un criterio importante para la

turbulencia. En la capa superficial, el denominador de 5.34 es negativo. Por lo tanto, si el índice de estratificación es inestable (flujo de calor positivo),  $R_f$  es negativo. El primer término de 5.32 es positivo y es una fuente de energía turbulenta. Se alcanzan números de Richardson del flujo grandes y negativos para para flujos de calor positivos y términos de producción de cizalla próximos a cero: es el caso de convección libre en la atmósfera.

Cuando  $R_f$  es cero debido al flujo de calor despreciable, la energía turbulenta se genera sólo por cizalla. La convección que tiene lugar en este caso se denomina convección forzada. En contraste, en condiciones estables, el flujo de calor es negativo y  $R_f$  positivo. Si incluso  $R_f$  es mayor que 1, el primer término de la ecuación 5.32 es negativo y contribuye a la supresión de la turbulencia. No obstante, a través de observaciones, se obtiene que la turbulencia no se puede mantener incluso con valores inferiores a 1 de  $R_f$ . Se suelen aceptar como críticos rangos de 0.15-0.25 (Arya, 1972) ó 0.18-0.27 (Yamada, 1975).

#### V.5.1 COMPORTAMIENTO DE $R_f$ CON LA ESTABILIDAD Y RELACION CON LOS EXPERIMENTOS DE LABORATORIO

El número de Richardson del flujo, que aparece en la fórmula 5.34, se puede poner en función del número de Richardson del gradiente y de los coeficientes de intercambio turbulento de calor y momento usando las relaciones 5.26a y 5.26b, quedando como:

$$R_f = \frac{K_h}{K_m} R_i \quad (5.35)$$

Si analizamos la fórmula 5.35, tenemos que si  $K_h/K_m$  o lo que es lo mismo  $\alpha$  fuese un valor constante e igual a 1, el número de Richardson del flujo sería igual al del gradiente. Sin embargo, como hemos visto en los apartados anteriores de este capítulo, el comportamiento de  $\alpha$  es variable y fuertemente dependiente de la

estabilidad a través de  $R_i$ . Por todo ello, el valor de  $R_f$  está condicionado por  $\alpha$  y por  $R_i$ . Por otro lado, la importancia de esta relación reside además en poder comparar los resultados obtenidos en el laboratorio con los obtenidos a través de datos reales en la atmósfera. El número de Richardson usado aquí es el del gradiente, que es algo diferente del número de Richardson local usado en los experimentos de laboratorio, pero ambos tienen el mismo comportamiento frente a la estabilidad, y sus valores crecen según aumenta ésta. En cuanto al número de Richardson del flujo, ya vimos en el capítulo IV como es considerado por algunos autores con un significado semejante a la eficiencia de mezcla; por lo tanto, podríamos establecer una analogía entre la relación de la eficiencia de mezcla con el número de Richardson local, y la que existe entre el número de Richardson del flujo con el número de Richardson del gradiente.

En las figuras 5.89 a 5.95 están representadas las gráficas de  $R_f$ - $R_i$  para los días analizados en Valladolid, y en las figuras 5.96 a 5.99, las correspondientes a los meses de marzo, abril, mayo y junio en la Antártida.

Para los datos de Valladolid se observa muy poca dispersión entre los datos, aumentando  $R_f$  a medida que lo hace  $R_i$ . Sin embargo, para los valores de la Antártida, donde como vimos anteriormente las estabilidades alcanzadas son mayores, aunque la dispersión de los datos es mayor, se observa claramente cómo el crecimiento de  $R_f$  es rápido para valores pequeños de  $R_i$  (en general menores que 0.1), pero según las cotas de estabilidad se van haciendo mayores, el número de Richardson del flujo no aumenta tan rápidamente (fig. 5.98), tendiendo incluso a estabilizarse y disminuir (fig. 5.96 y 5.99). Estas evoluciones tendrían una cierta similitud con las evoluciones de la eficiencia de mezcla frente a  $R_i$  observados en el capítulo IV, y podrían estar motivadas por la acción de las ondas internas que se forman y que hacen que  $\alpha$  tome valores muy próximos a cero para altas estabilidades.

## APENDICE D

## FIGURAS DEL CAPITULO V

(De la 5.1 a la 5.6b)

Fig 5.1: Mapa del Estanque Helado Brunt y la región alrededor de la base de Halley. La denominada "Hinge Line" es la línea donde el Estanque Helado Brunt se encuentra con la masa de tierra antártica.

(Cedido por Dra. Rees.)

Fig 5.2: Fotografía del Estanque Helado Brunt obtenida el 28 de febrero de 1985 por el satélite NOAA. En ella se aprecia claramente la "Hinge Line" o línea de bisagra.

Fig 5.3a, 5.4a, 5.5a y 5.6a: Relación de la velocidad de fricción con el número de Richardson para los meses de marzo, abril, mayo y junio respectivamente, para los datos de la Antártida.

Fig 5.3b, 5.4b, 5.5b y 5.6b: Relación de la longitud de Monin-Obukhov con el número de Richardson para los meses de marzo, abril, mayo y junio respectivamente, para los datos de la Antártida.



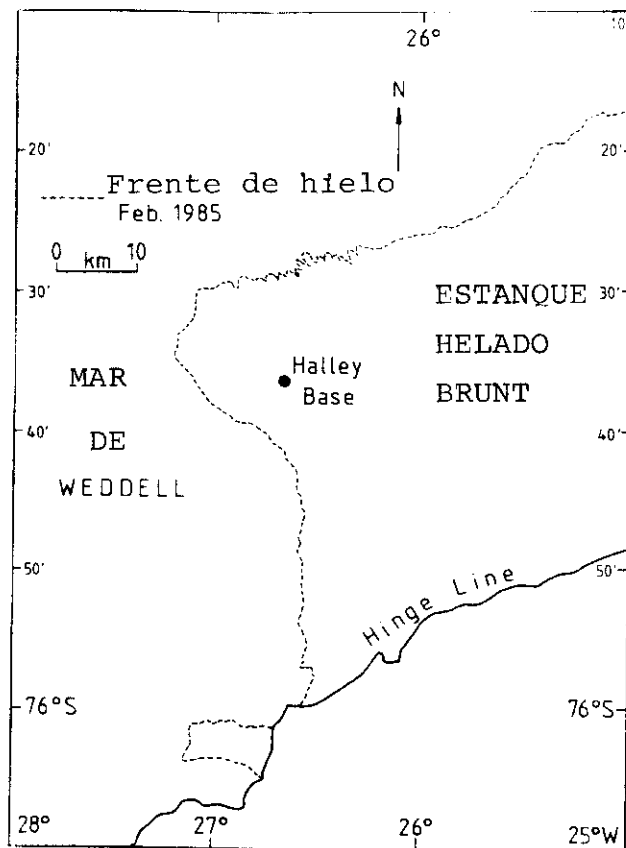


FIG. 5.1

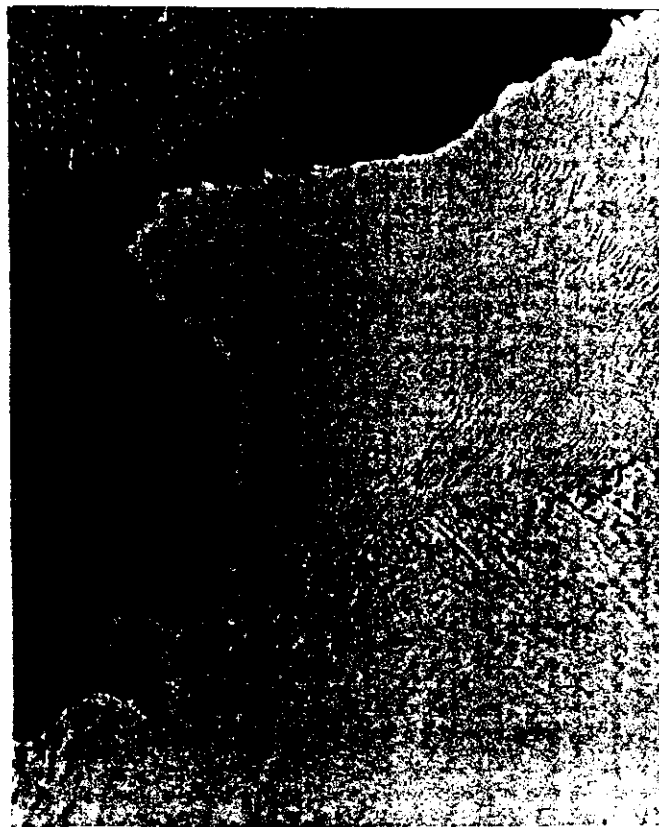


FIG. 5.2

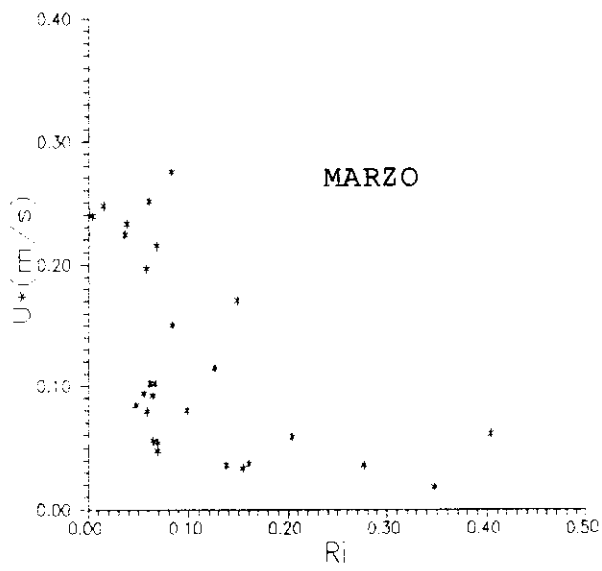


FIG. 5.3a

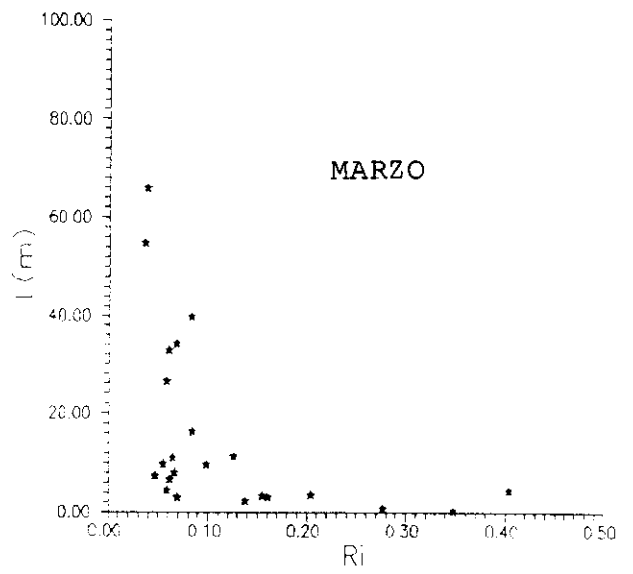


FIG. 5.3b

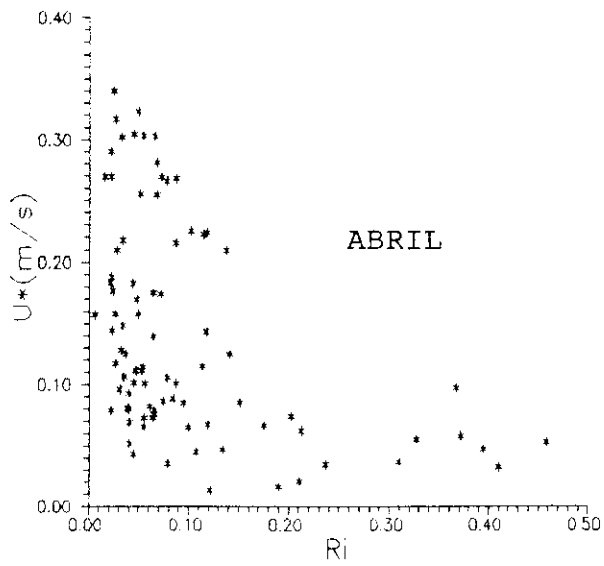


FIG. 5.4a

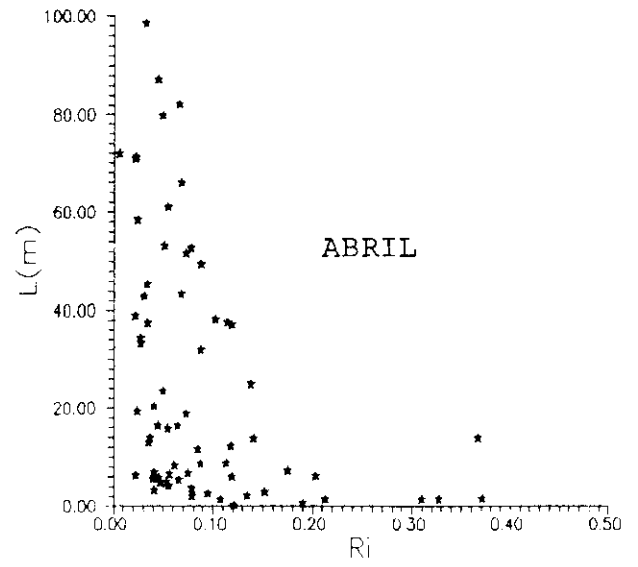


FIG. 5.4b

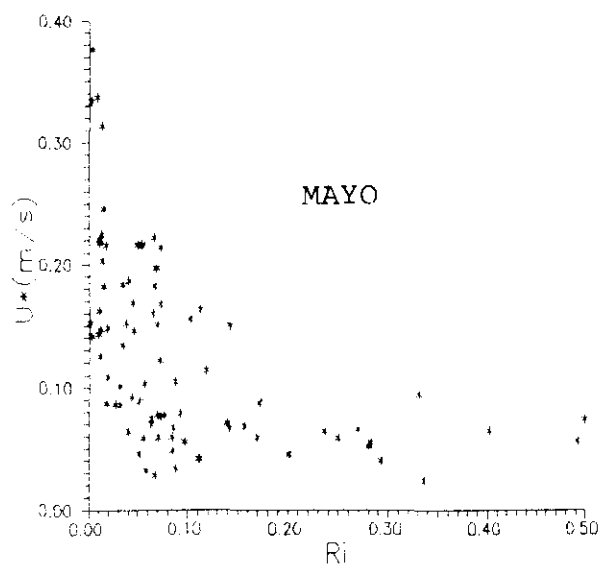


FIG. 5.5a

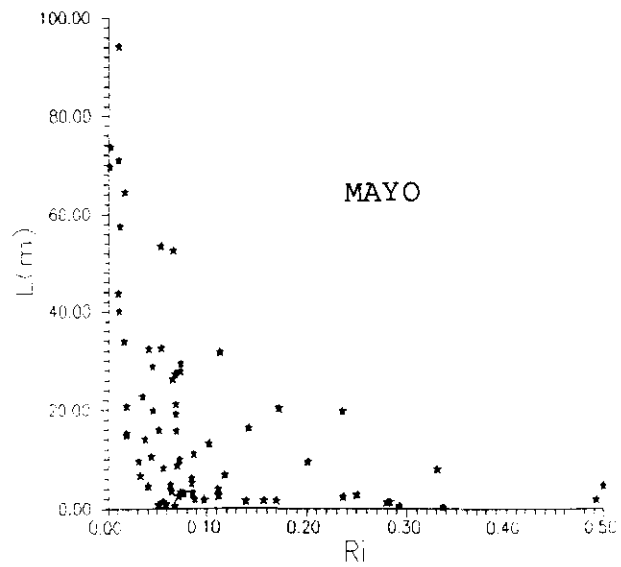


FIG. 5.5b

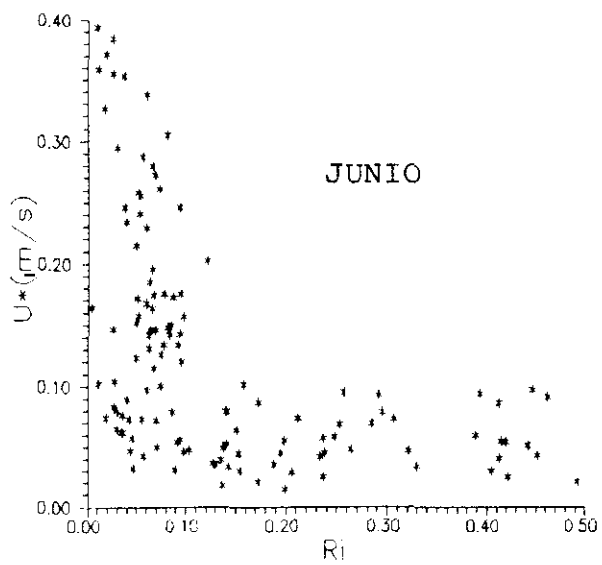


FIG. 5.6a

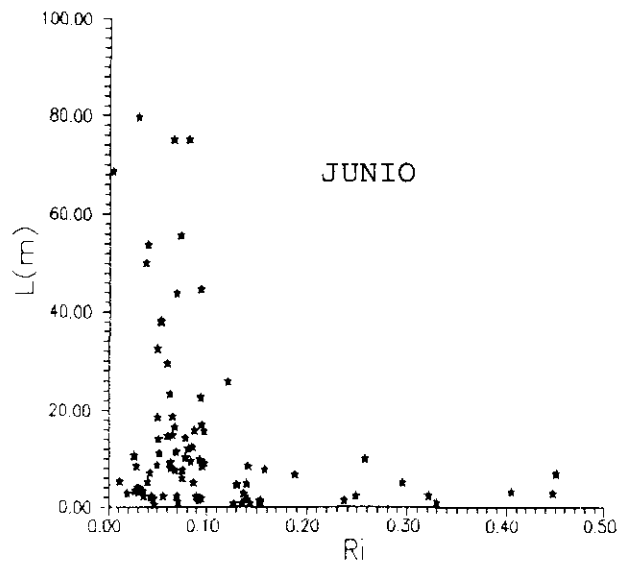


FIG. 5.6b

FIGURAS DEL CAPITULO V  
(De la 5.7 a la 5.34)

Fig 5.7 a 5.13: Mapas sinópticos para los días 10/7, 14/7, 21/7, 22/7, 23/7, 5/9 y 22/9 de 1982 respectivamente.

Fig 5.14 a 5.20: Evolución del número de Richardson con el tiempo para los días 10/7, 14/7, 21/7, 22/7, 23/7, 5/9 y 22/9 de 1982 respectivamente, para los datos de Valladolid.

Fig 5.21, 5.23, 5.25, 5.27, 5.29, 5.31 y 5.33: Evolución de la velocidad de fricción con el tiempo para los días 10/7, 14/7, 21/7, 22/7, 23/7, 5/9 y 22/9 de 1982 respectivamente, para los datos de Valladolid.

Fig 5.22, 5.24, 5.26, 5.28, 5.30, 5.32 y 5.34: Evolución de la longitud de Monin-Obukhov con el tiempo para los días 10/7, 14/7, 21/7, 22/7, 23/7, 5/9 y 22/9 de 1982 respectivamente, para los datos de Valladolid

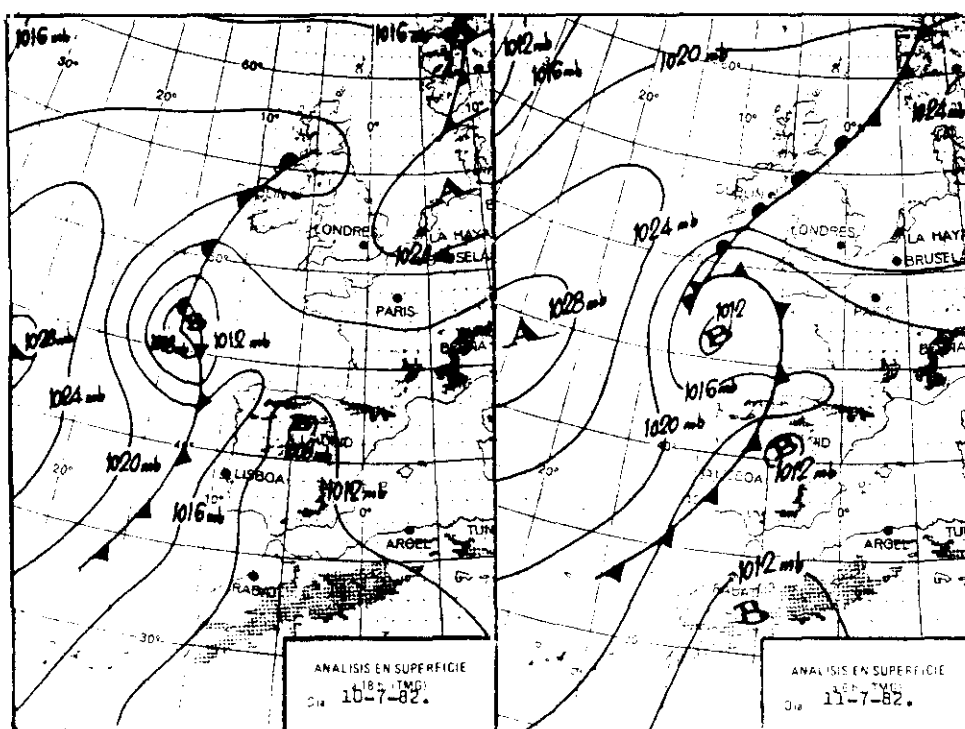
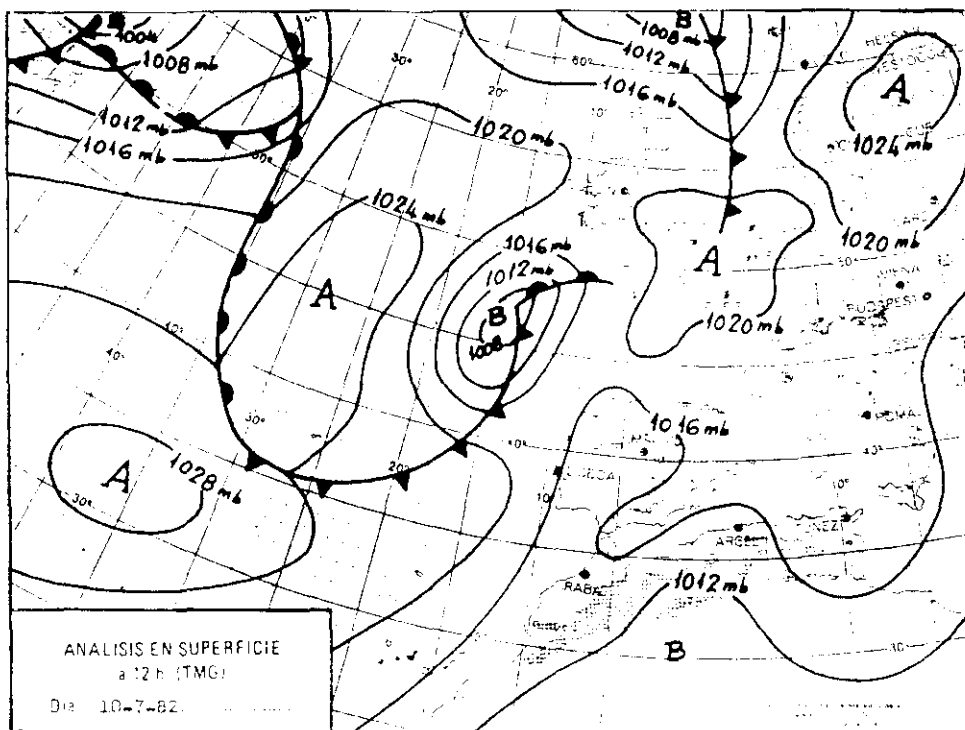


FIG. 5.7



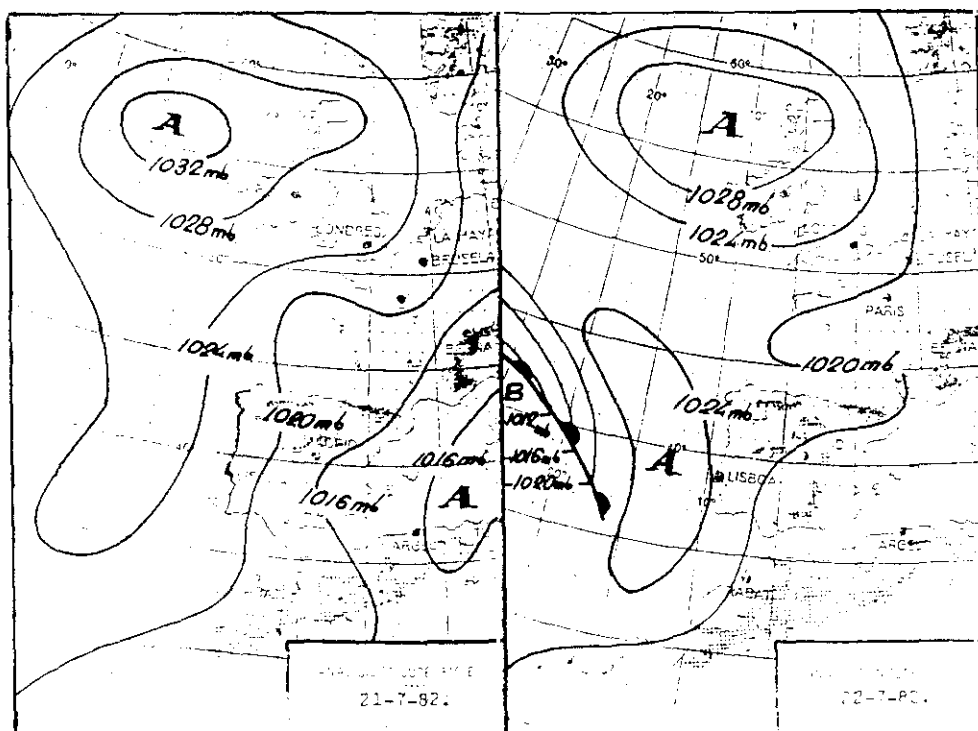
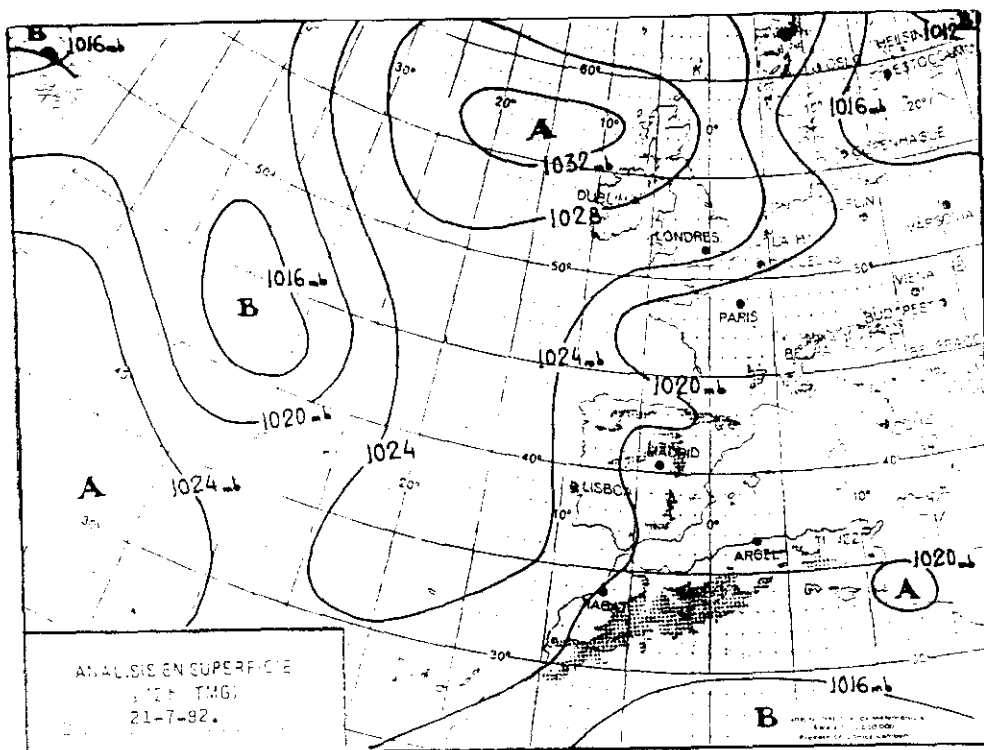


FIG. 5.9

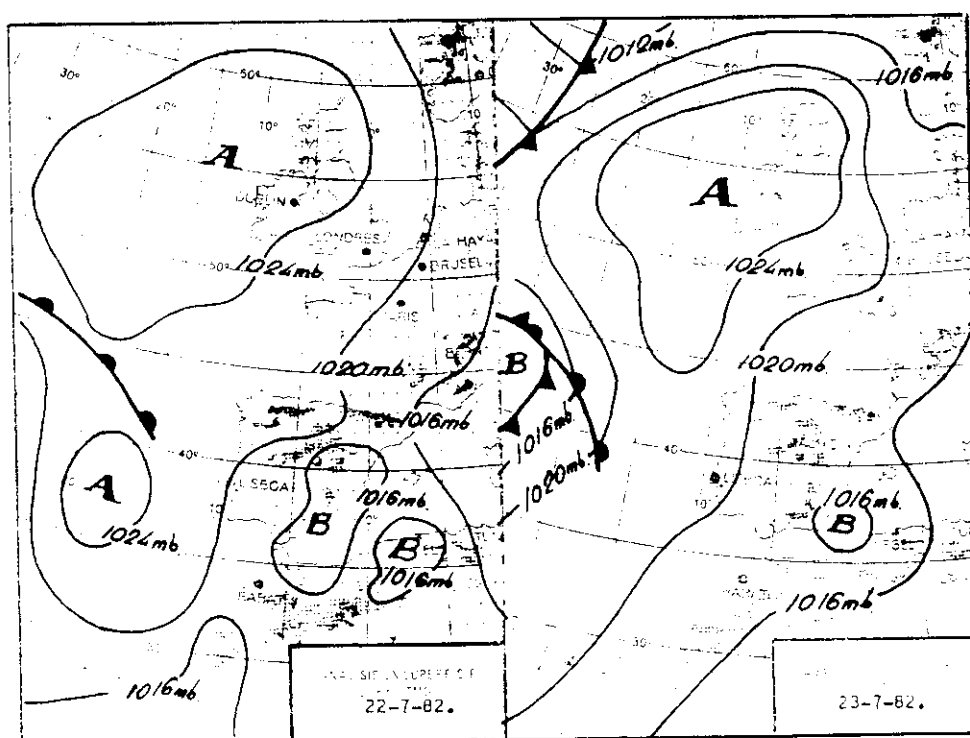
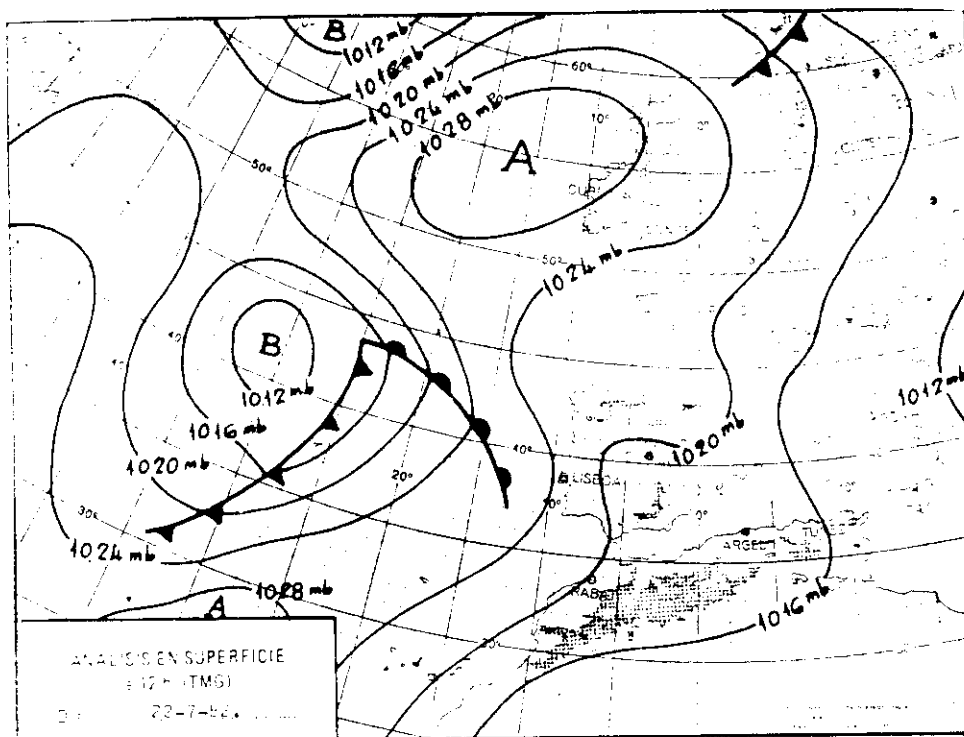


FIG. 5.10



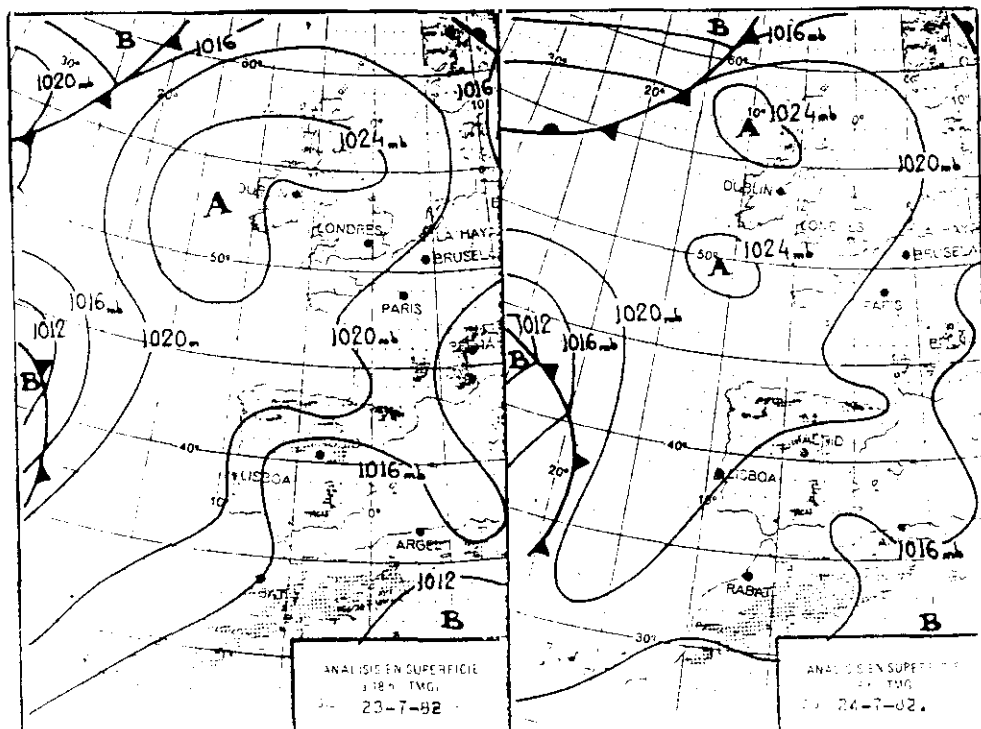
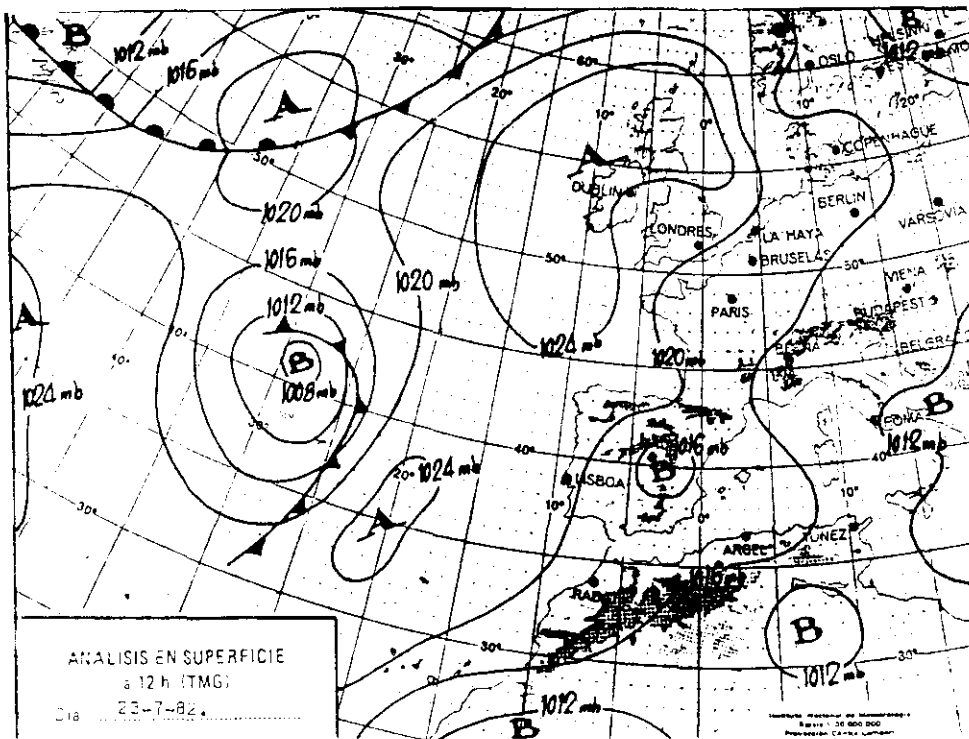


FIG. 5.11

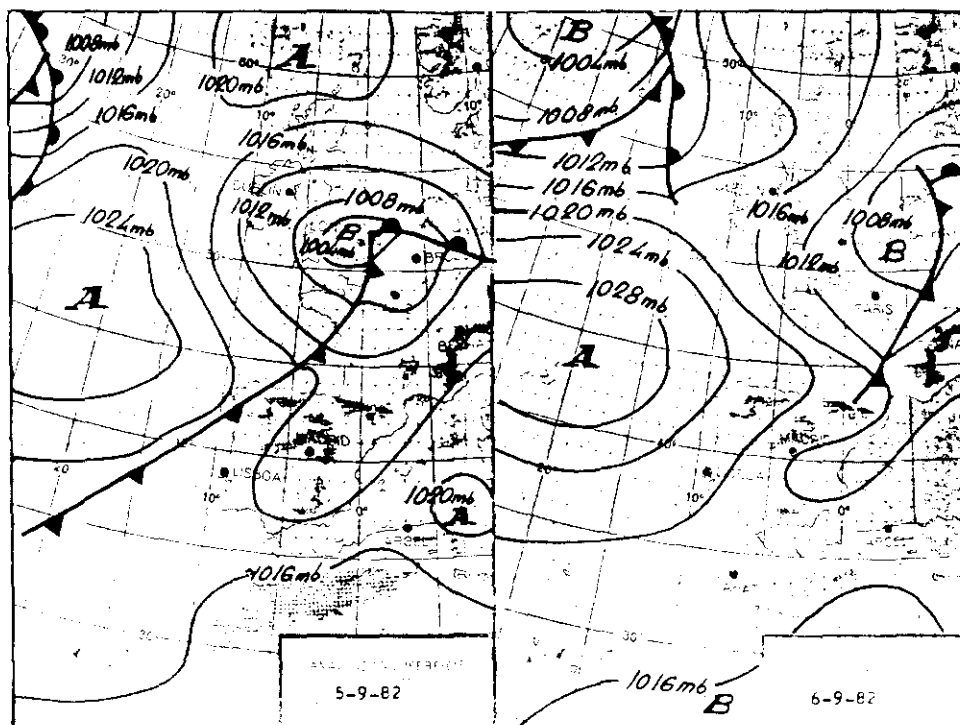
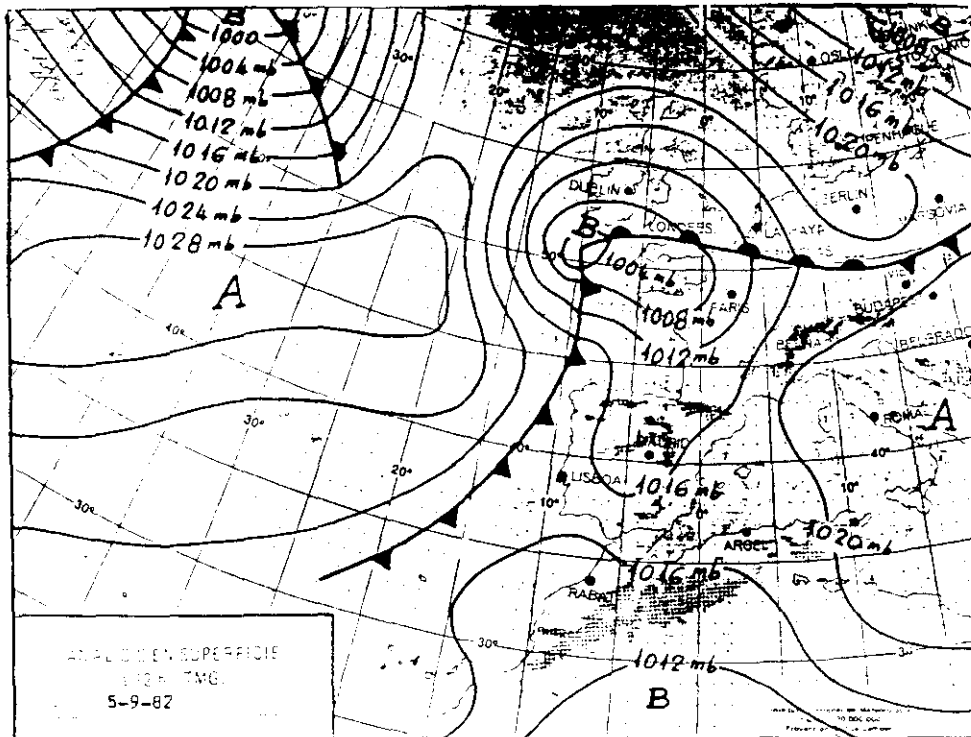


FIG. 5.12

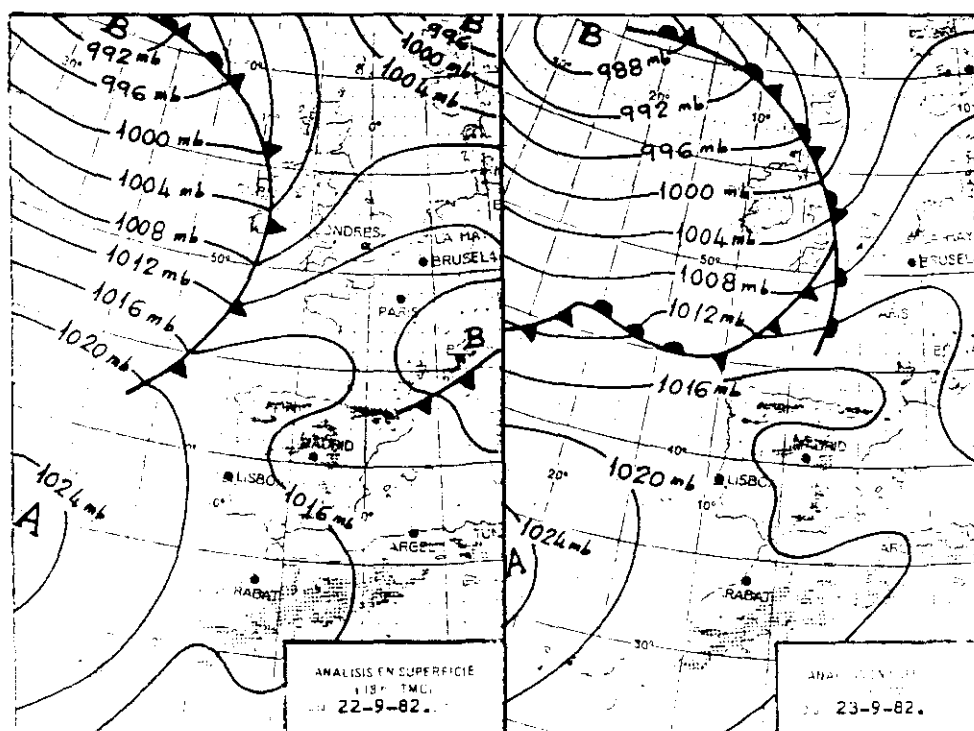
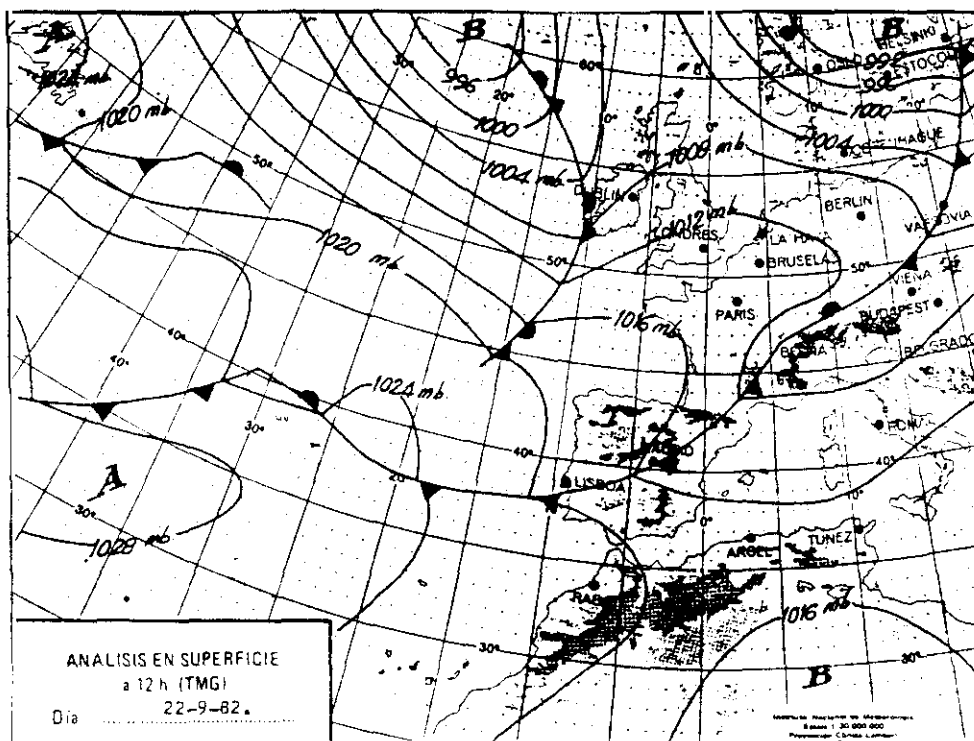


FIG. 5.13

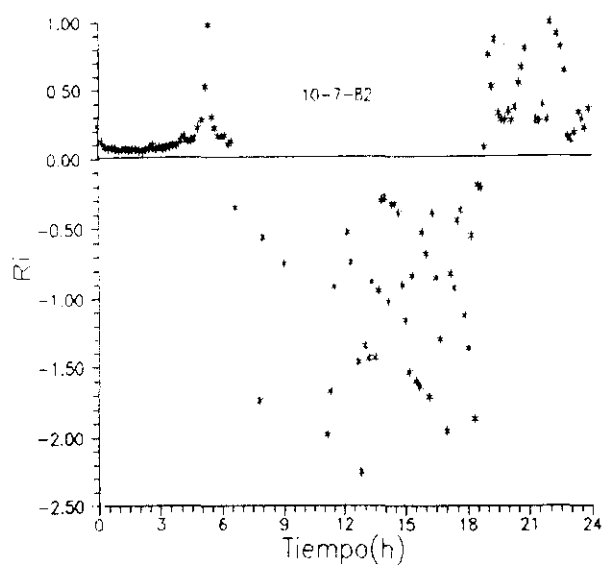


FIG. 5.14

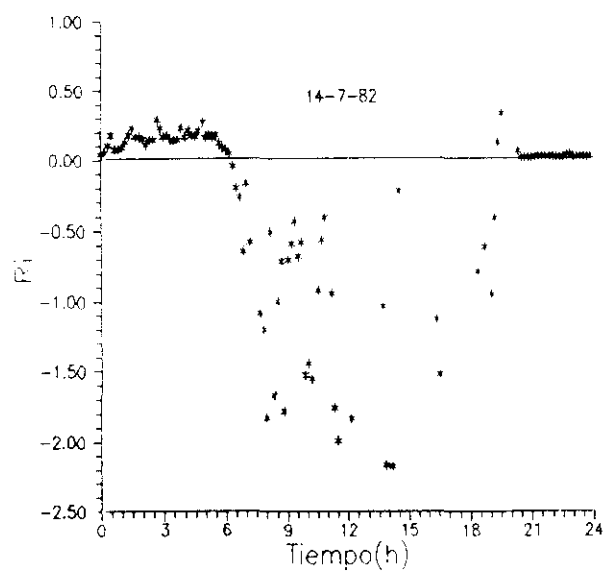


fig. 5.15

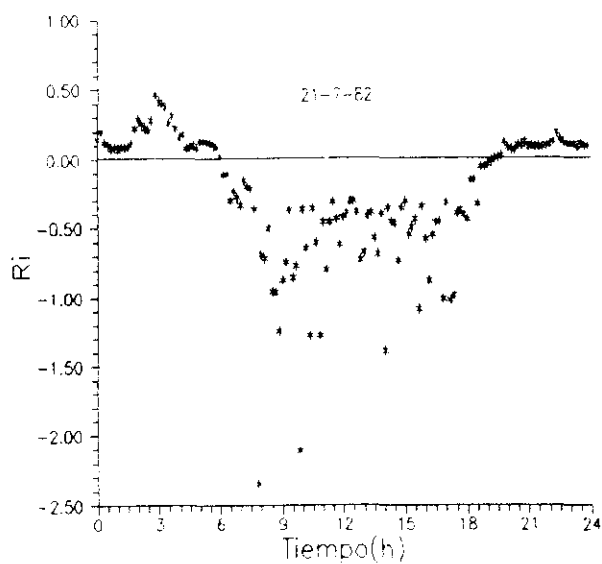


FIG. 5.16

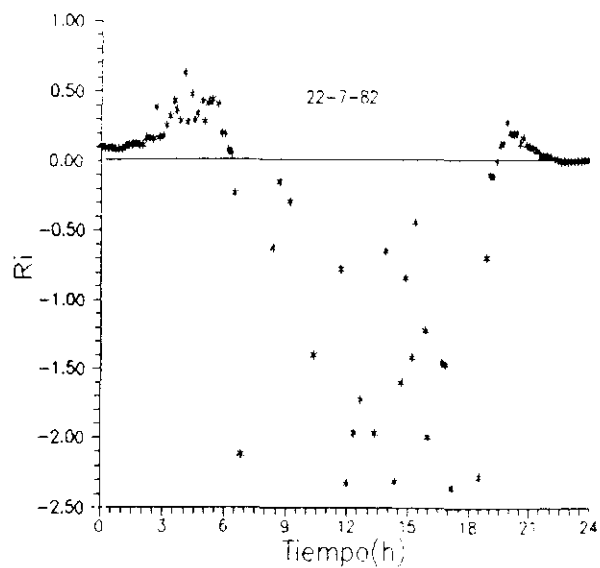


FIG. 5.17

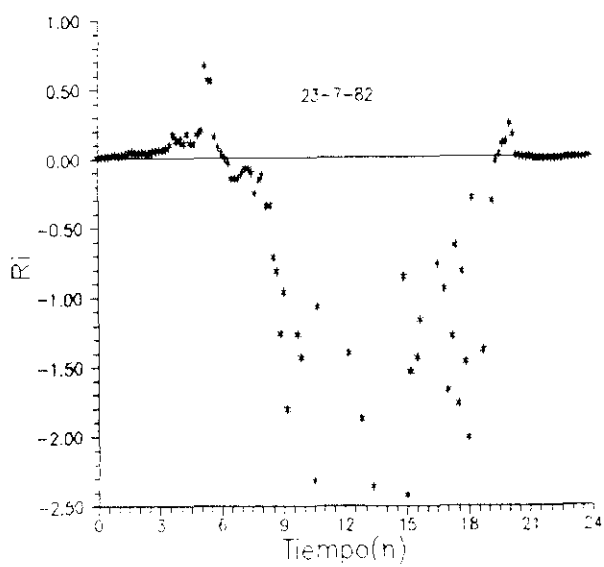


FIG. 5.18

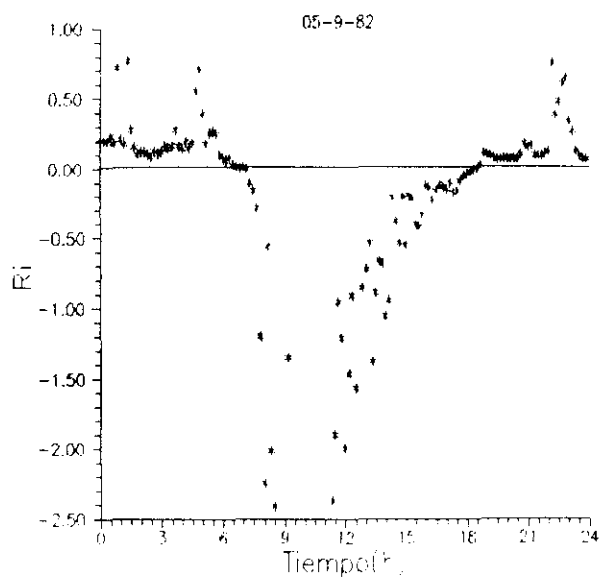


FIG. 5.19

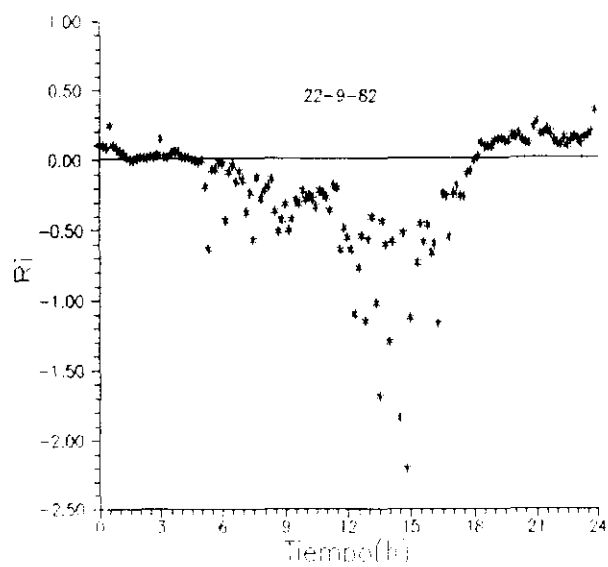


FIG. 5.20

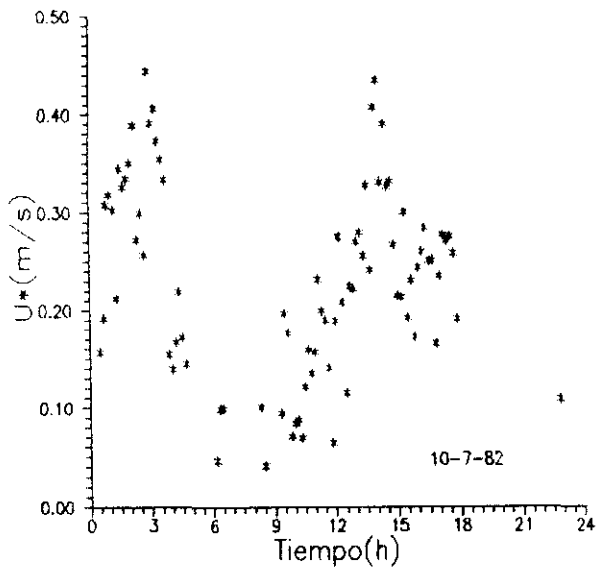


FIG. 5.21

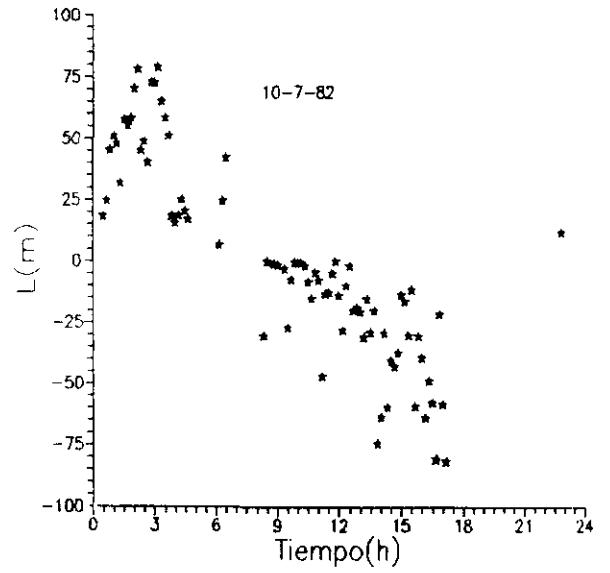


FIG. 5.22

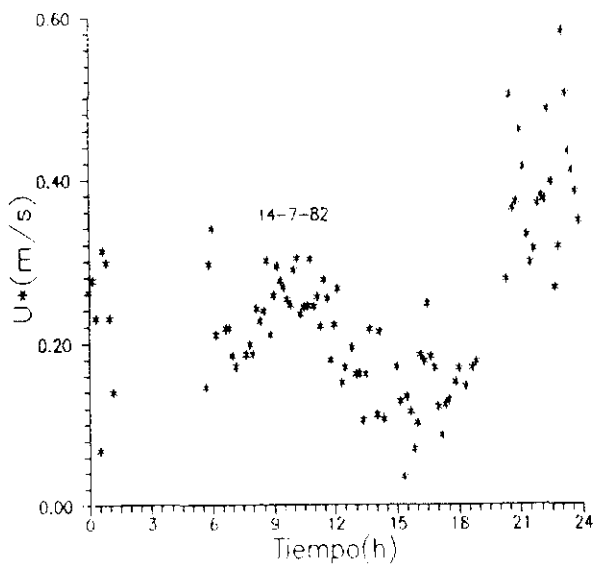


FIG. 5.23

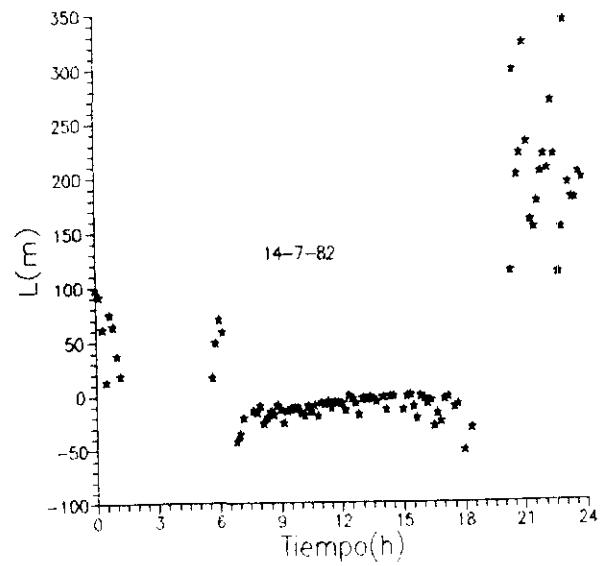


FIG. 5.24

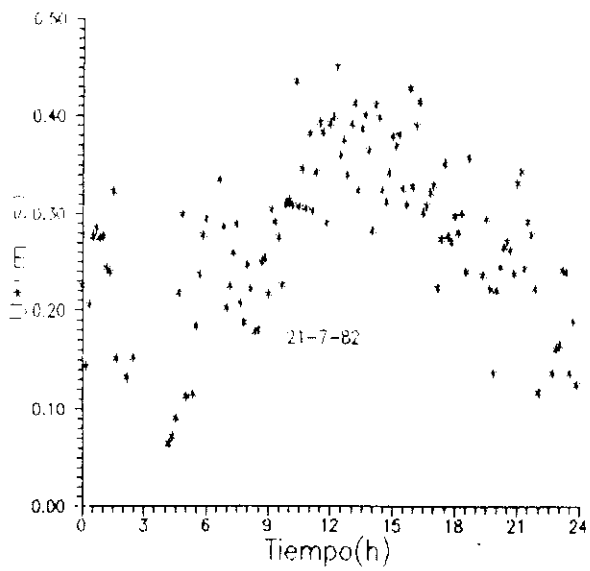


FIG. 5.25

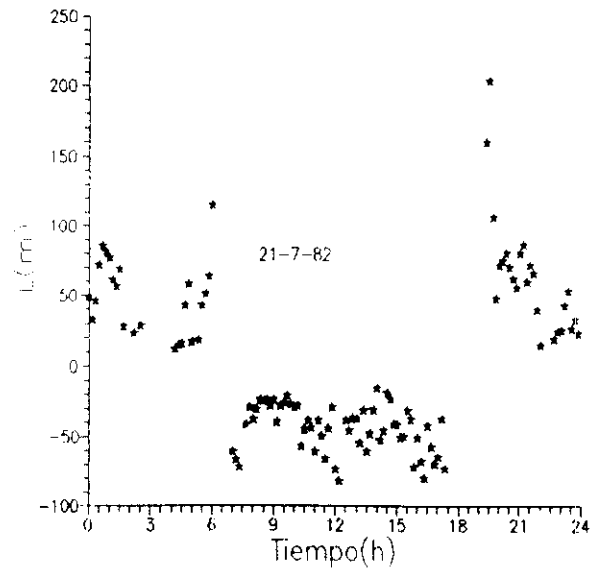


FIG. 5.26

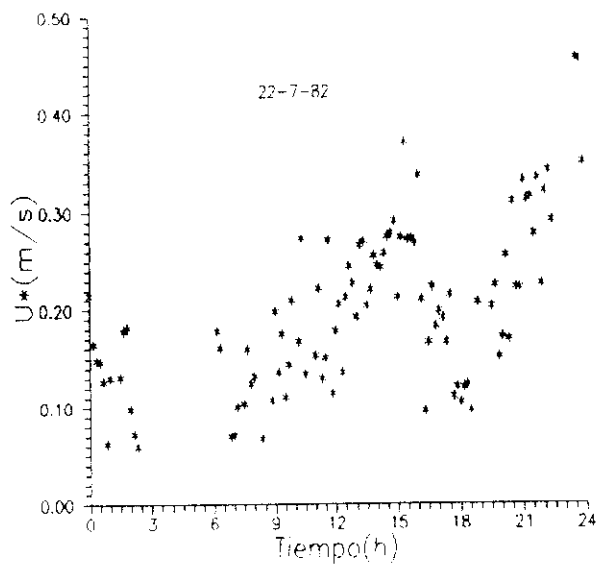


FIG. 5.27

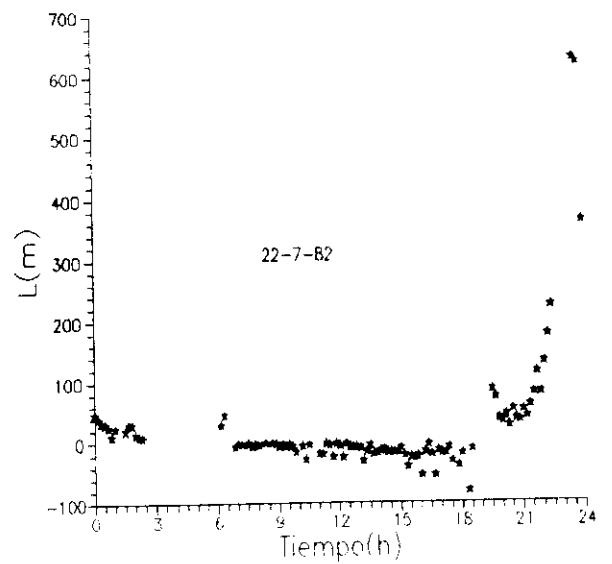


FIG. 5.28

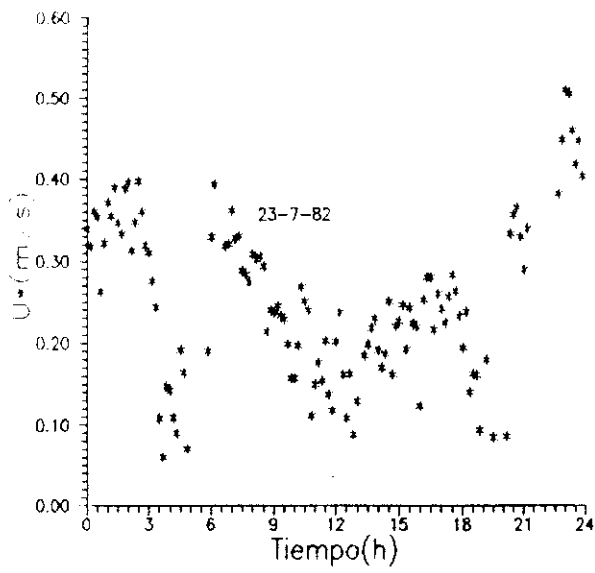


FIG. 5.29

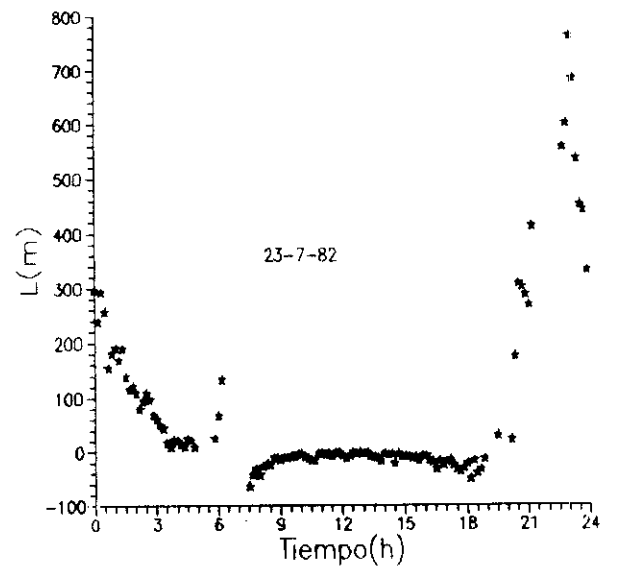


FIG. 5.30

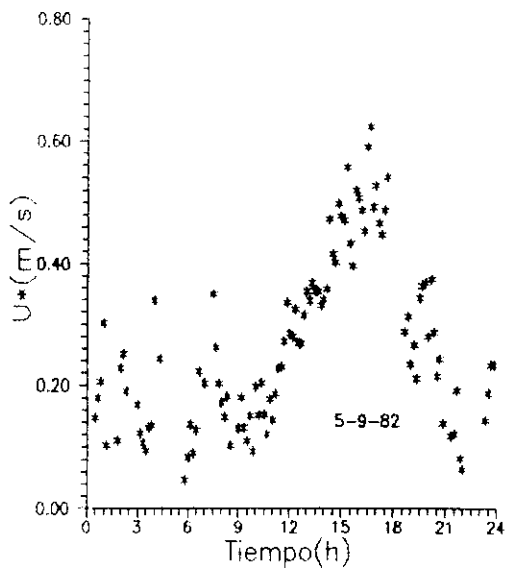


FIG. 5.31

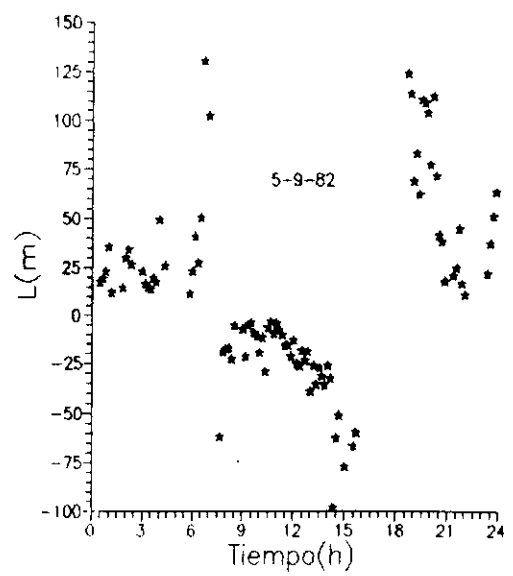


FIG. 5.32



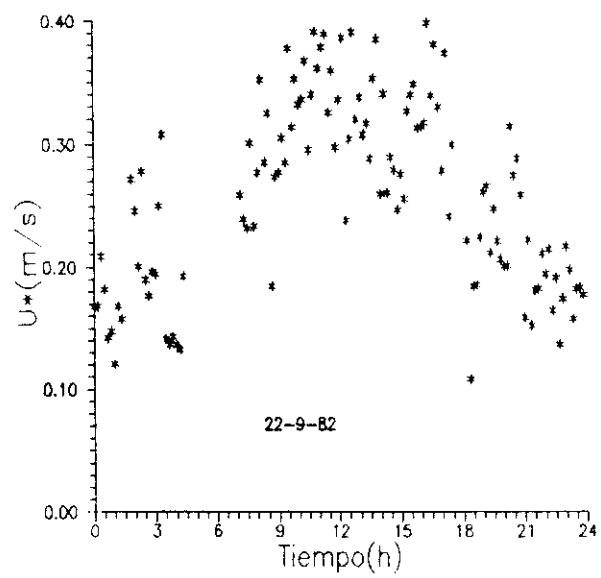


FIG. 5.33

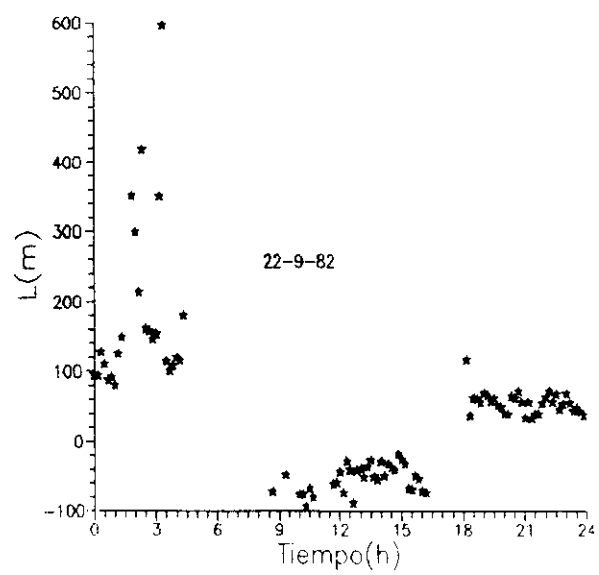


FIG. 5.34

## FIGURAS DEL CAPITULO V

(De la 5.35 a la 5.70)

Fig 5.35, 5.37, 5.39, 5.41, 5.43, 5.45 y 5.47: Evolución del coeficiente de intercambio turbulento de momento ( $K_m$ ) con el tiempo para los días 10/7, 14/7, 21/7, 22/7, 23/7, 5/9 y 22/9 de 1982 respectivamente, para los datos de Valladolid.

Fig 5.36, 5.38, 5.40, 5.42, 5.44, 5.46 y 5.48: Evolución del coeficiente de intercambio turbulento de calor ( $K_h$ ) con el tiempo para los días 10/7, 14/7, 21/7, 22/7, 23/7, 5/9 y 22/9 de 1982 respectivamente, para los datos de Valladolid.

Fig 5.49, 5.51, 5.53, 5.55, 5.57, 5.59 y 5.61: Relación del coeficiente de intercambio turbulento de momento ( $K_m$ ) con el número de Richardson para los días 10/7, 14/7, 21/7, 22/7, 23/7, 5/9 y 22/9 de 1982 respectivamente, para los datos de Valladolid.

Fig 5.50, 5.52, 5.54, 5.56, 5.58, 5.60 y 5.62: Relación del coeficiente de intercambio turbulento de calor ( $K_h$ ) con el número de Richardson para los días 10/7, 14/7, 21/7, 22/7, 23/7, 5/9 y 22/9 de 1982 respectivamente, para los datos de Valladolid.

Fig 5.63, 5.65, 5.67 y 5.69: Relación del coeficiente de intercambio turbulento de momento ( $K_m$ ) con el número de Richardson para los meses de marzo, abril, mayo y junio respectivamente, para los datos de la Antártida.

Fig 5.64, 5.66, 5.68 y 5.70: Relación del coeficiente de intercambio turbulento de calor ( $K_h$ ) con el número de Richardson para los meses de marzo, abril, mayo y junio respectivamente, para los datos de la Antártida.

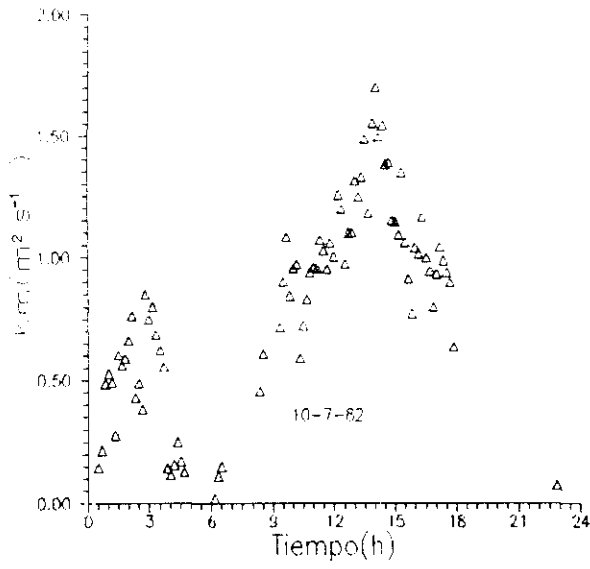


FIG. 5.35

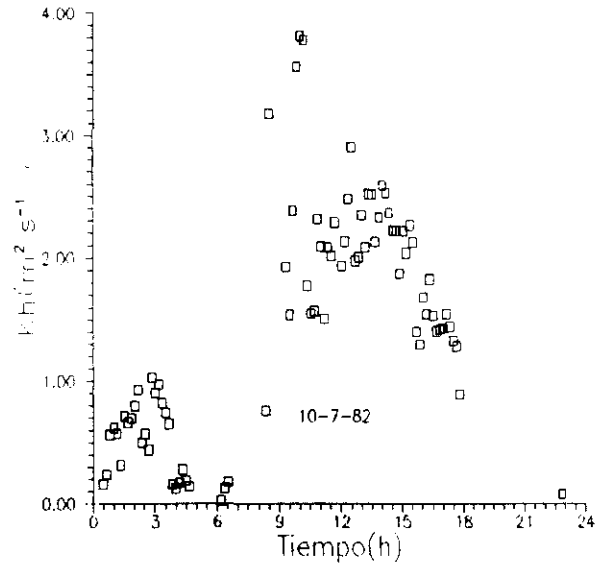


FIG. 5.36

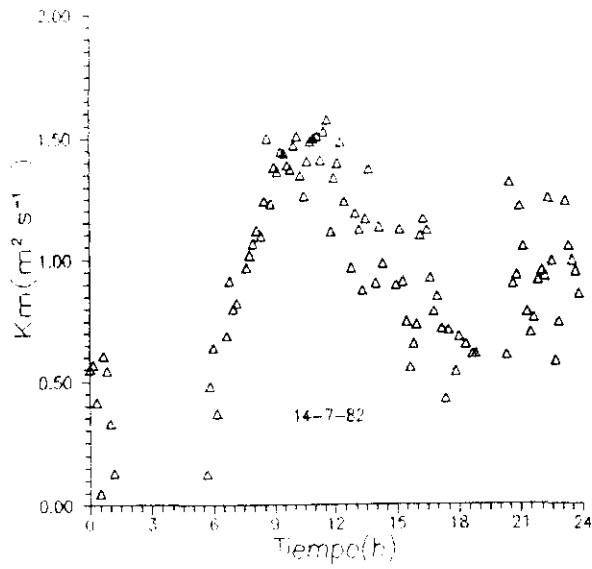


FIG. 5.37

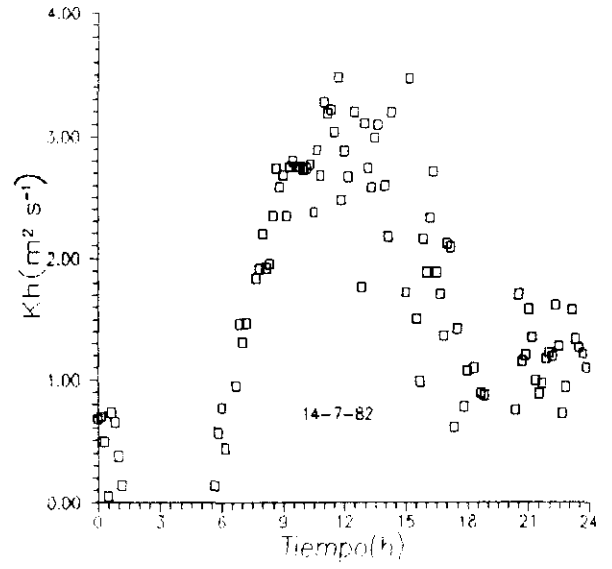


FIG. 5.38

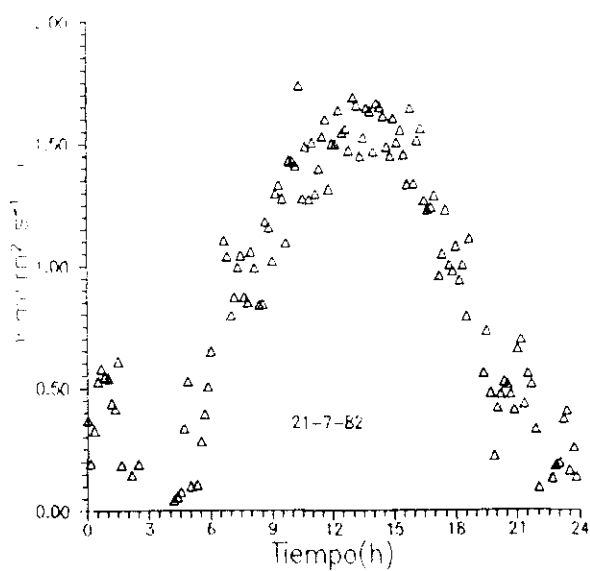


FIG. 5.39

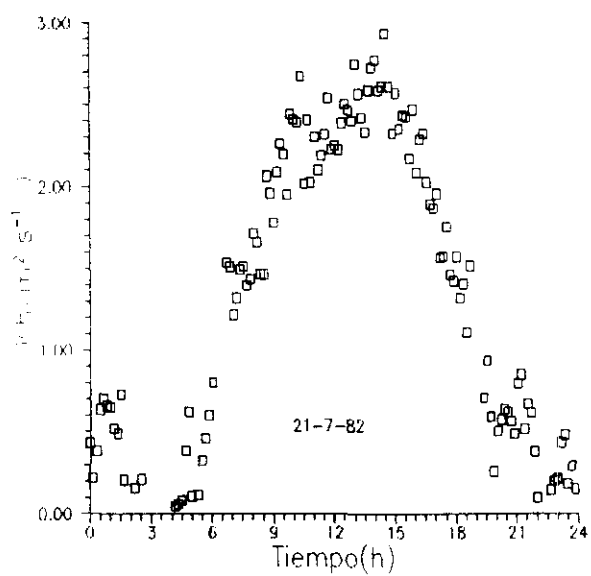


FIG. 5.40

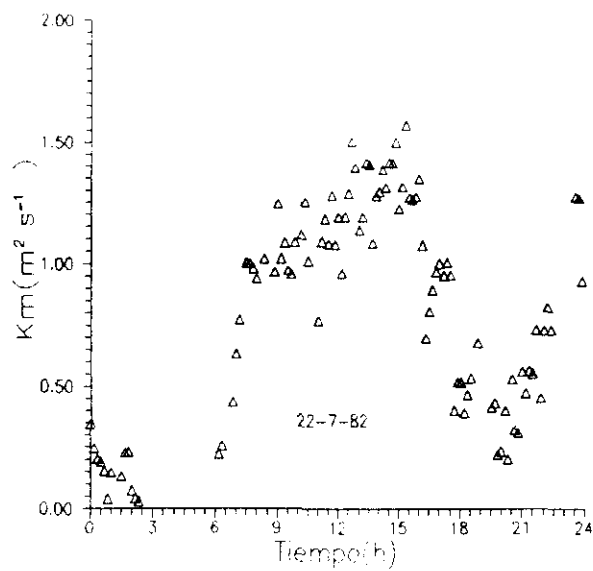


FIG. 5.41

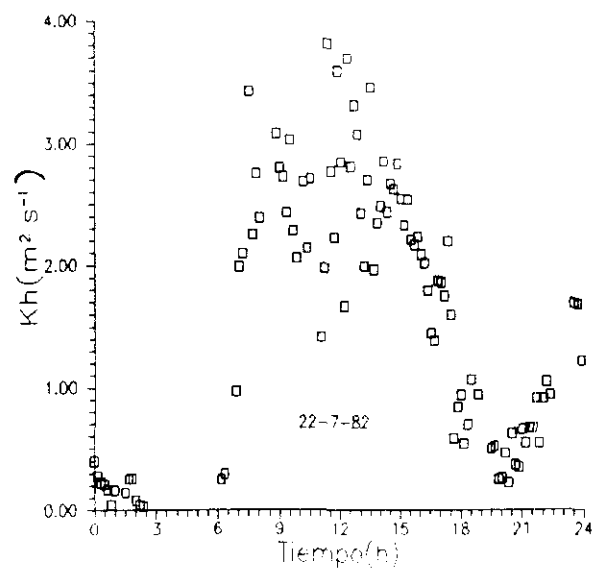


FIG. 5.42

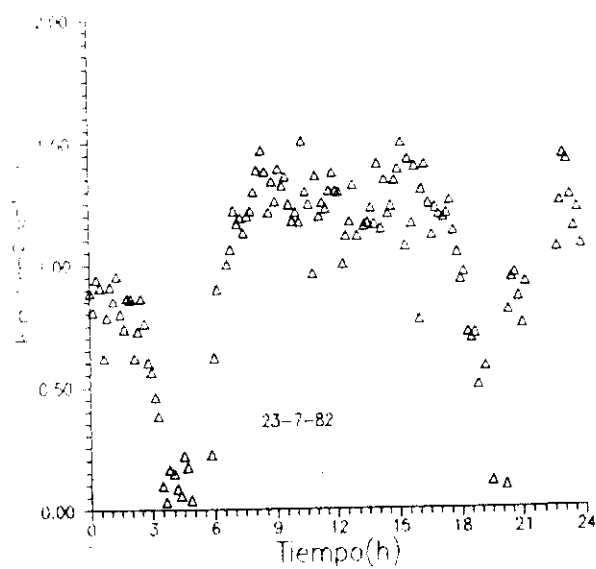


FIG. 5.43

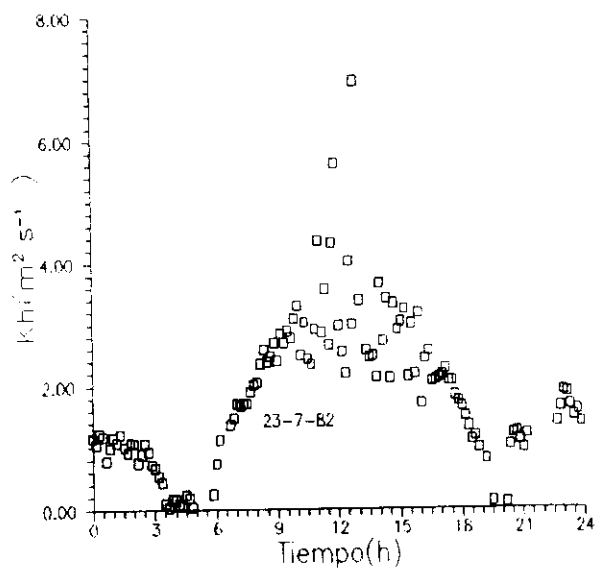


FIG. 5.44

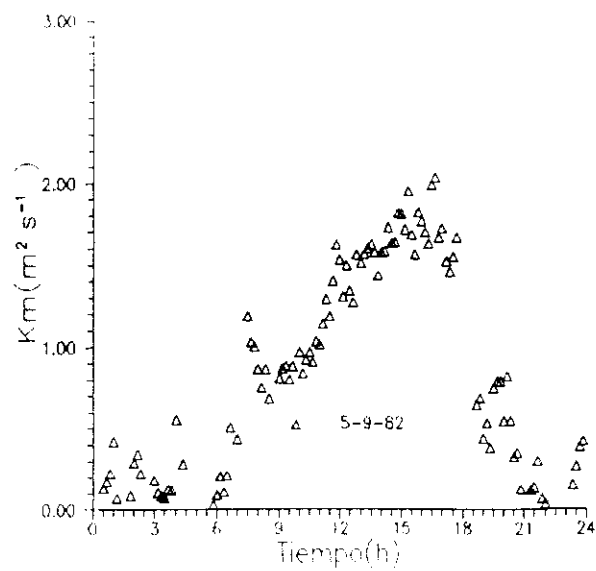


FIG. 5.45

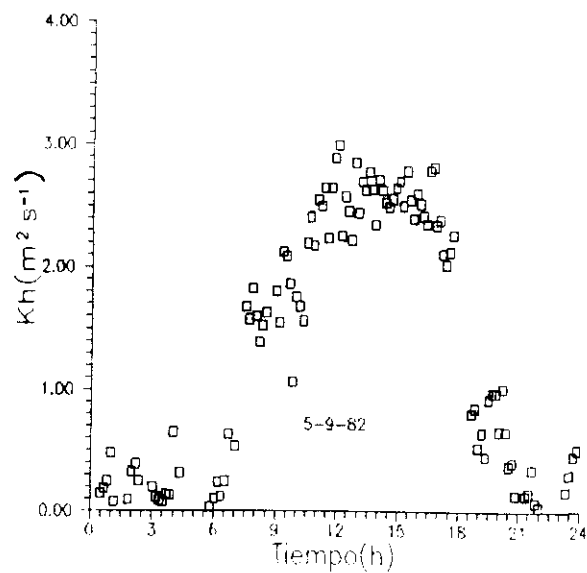


FIG. 5.46

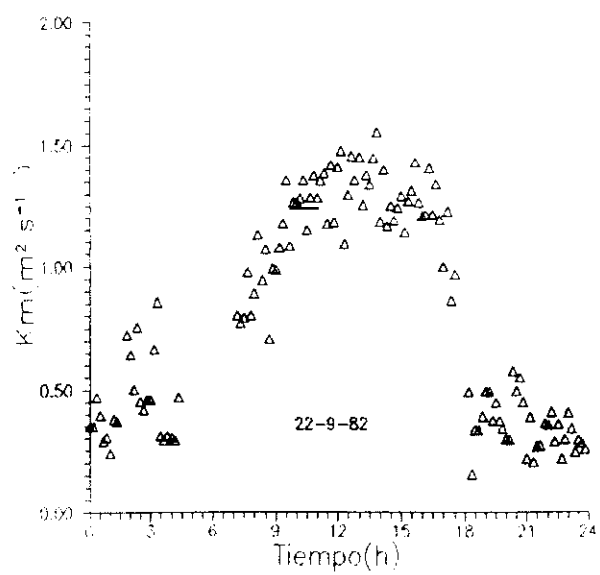


FIG. 5.47

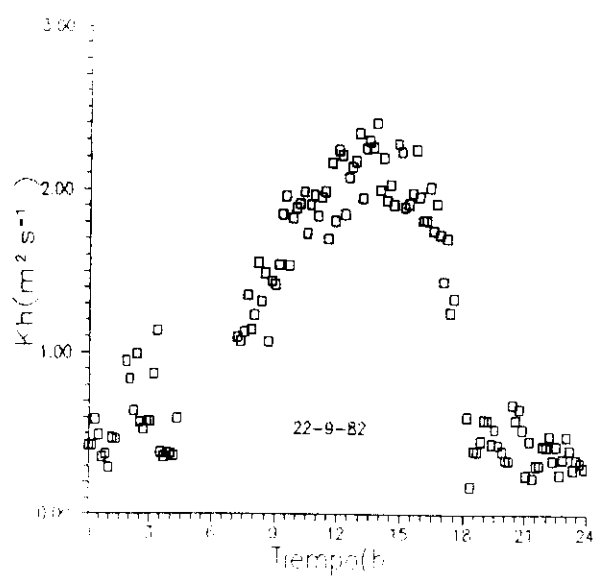


FIG. 5.48

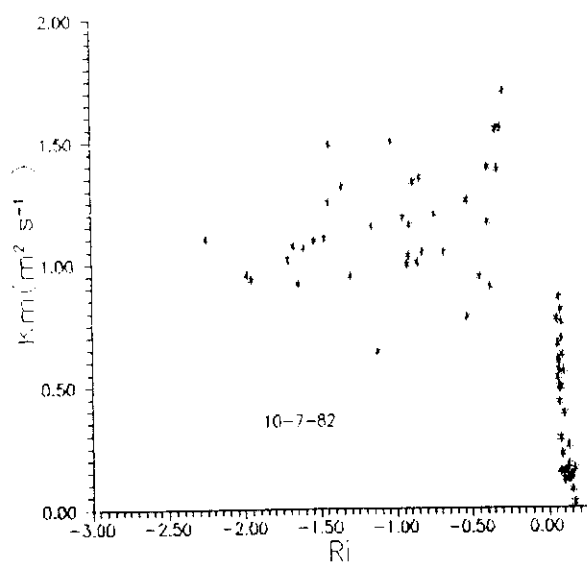


FIG. 5.49

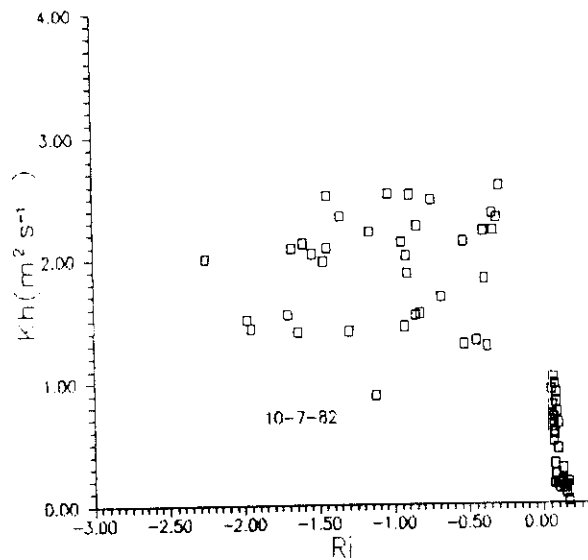


FIG. 5.50

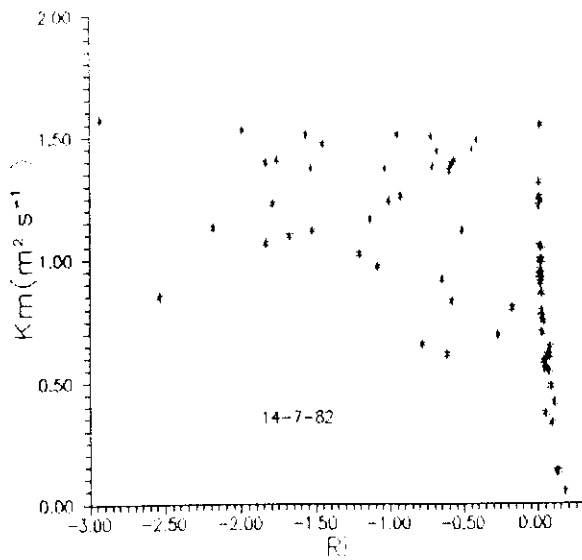


FIG. 5.51

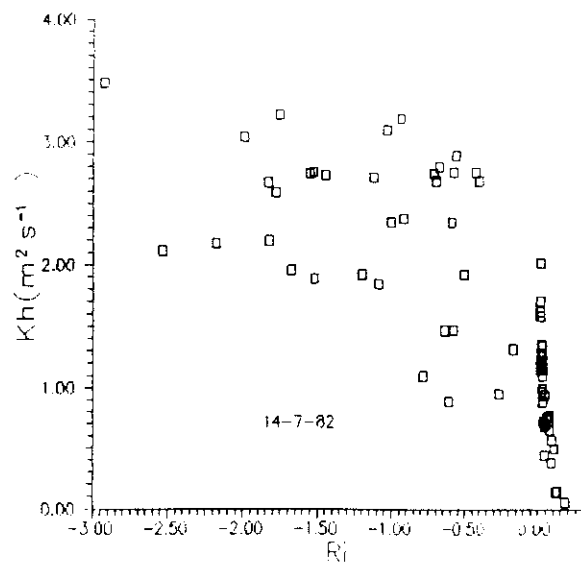


FIG. 5.52

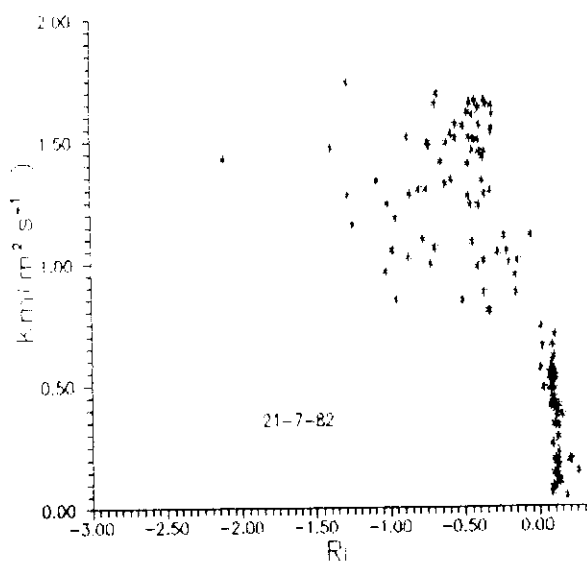


FIG. 5.53

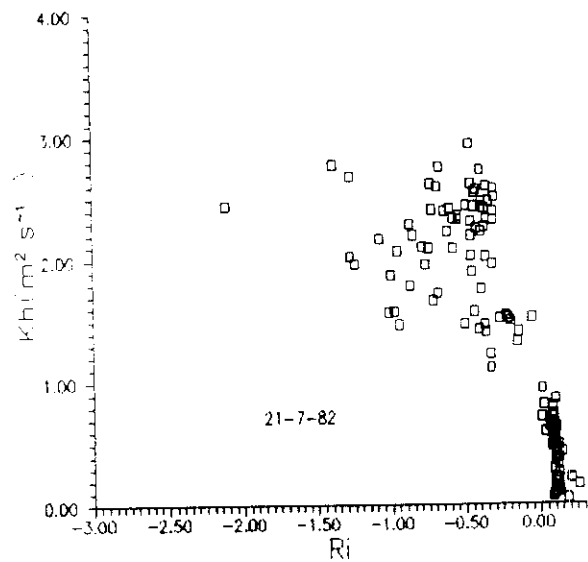


FIG. 5.54

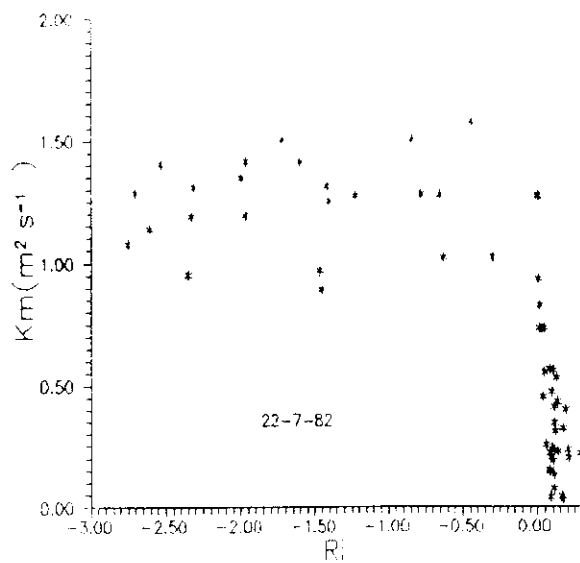


FIG. 5.55

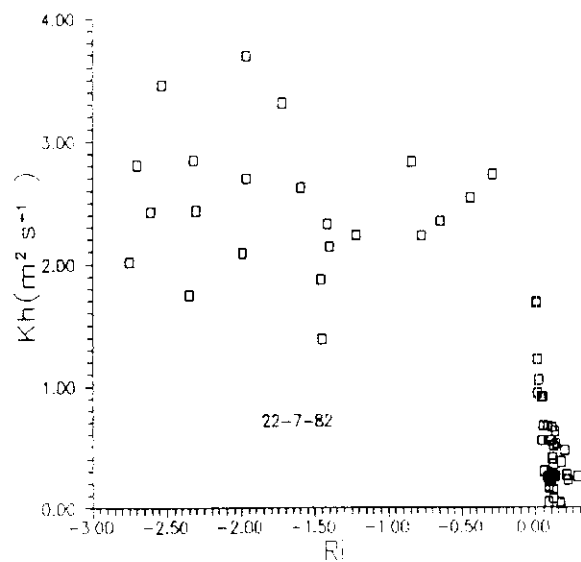


FIG. 5.56



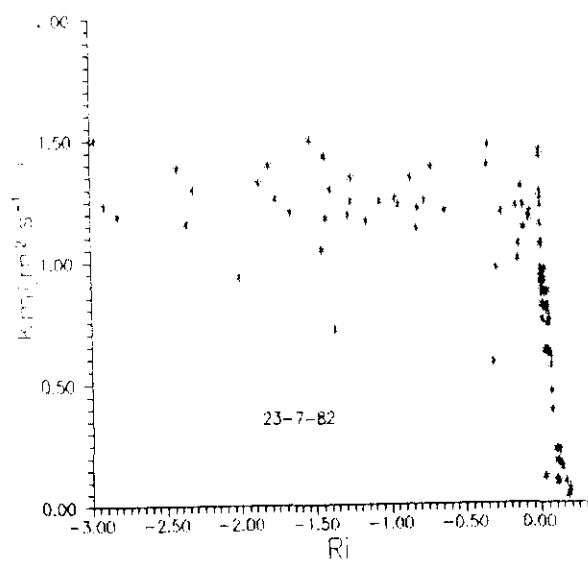


FIG. 5.57

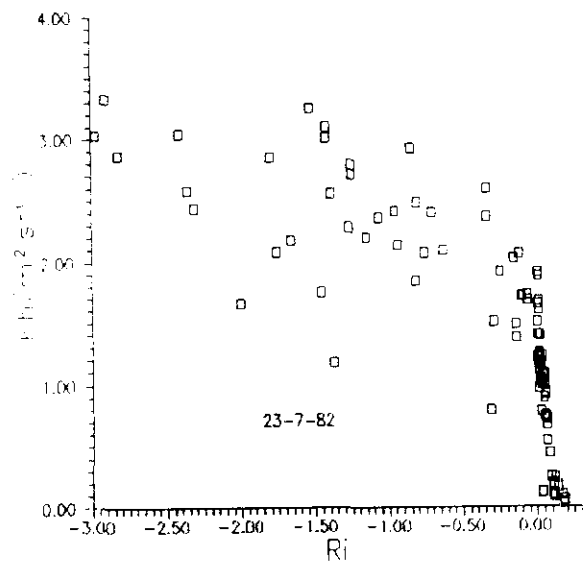


FIG. 5.58

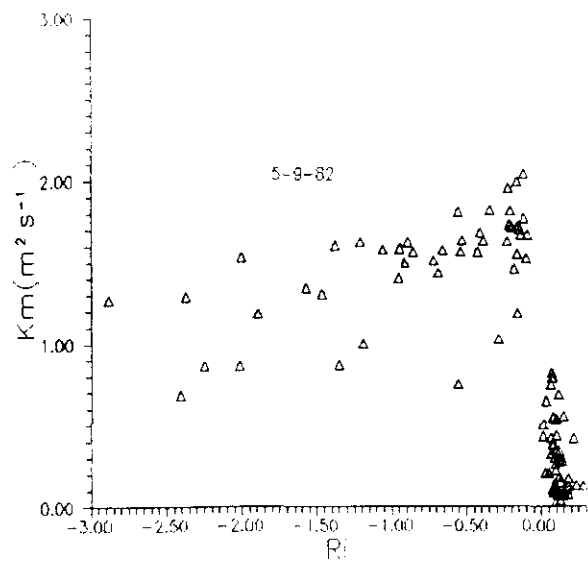


FIG. 5.59

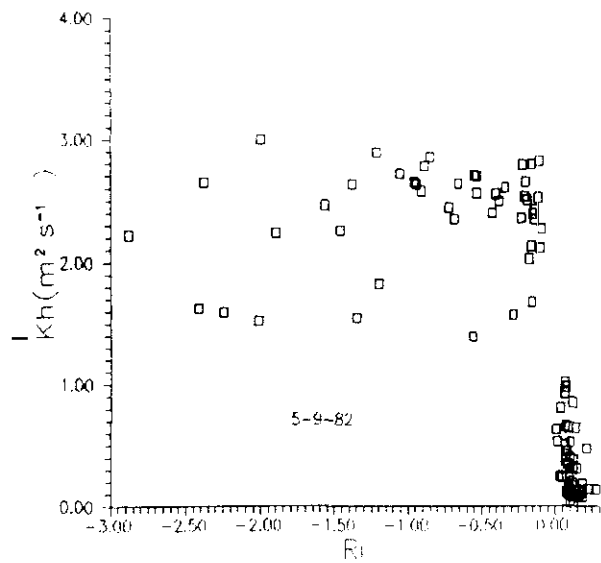


FIG. 5.60

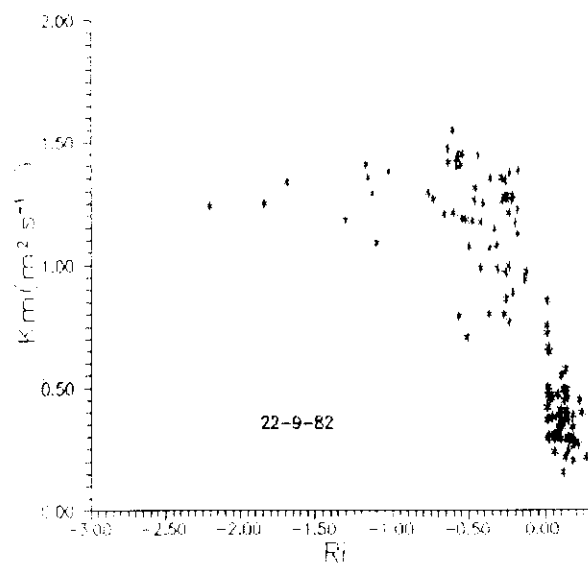


FIG. 5.61

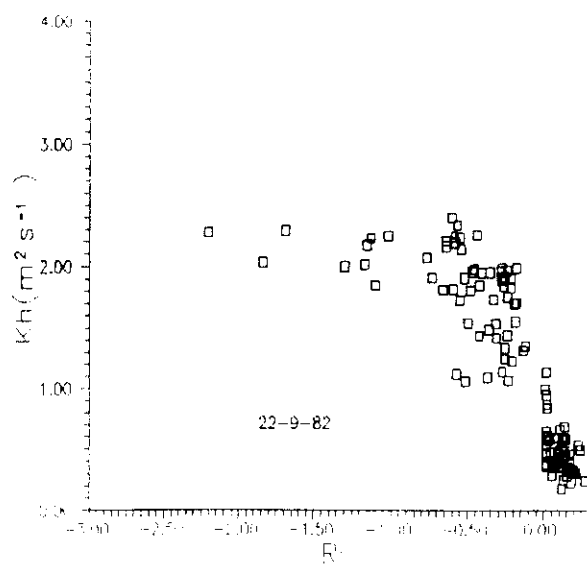


FIG. 5.62

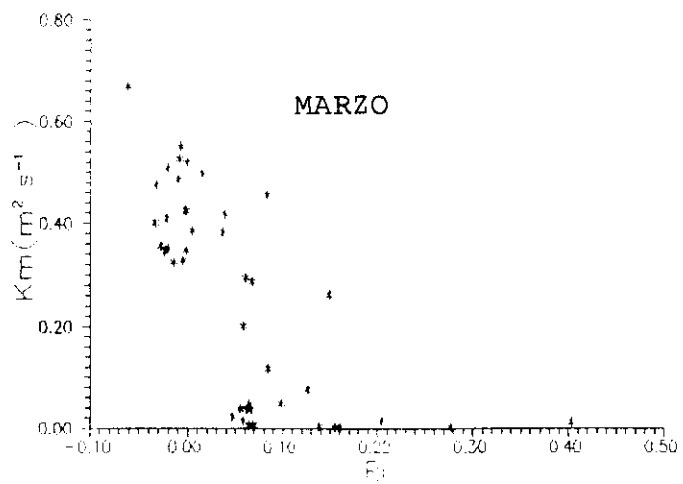


FIG. 5.63

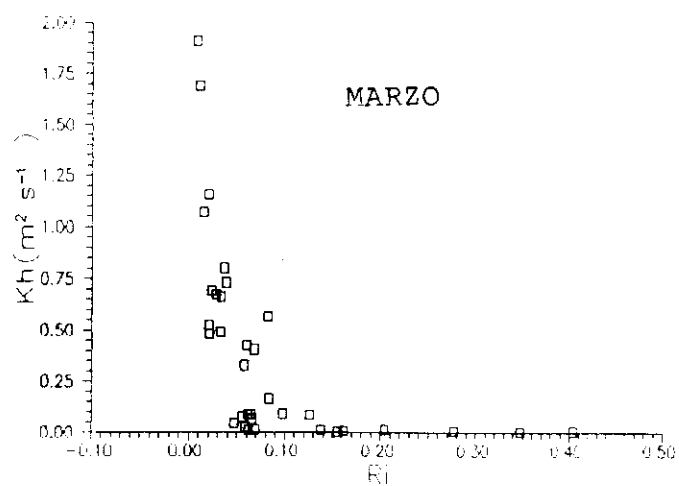


fig. 5.64

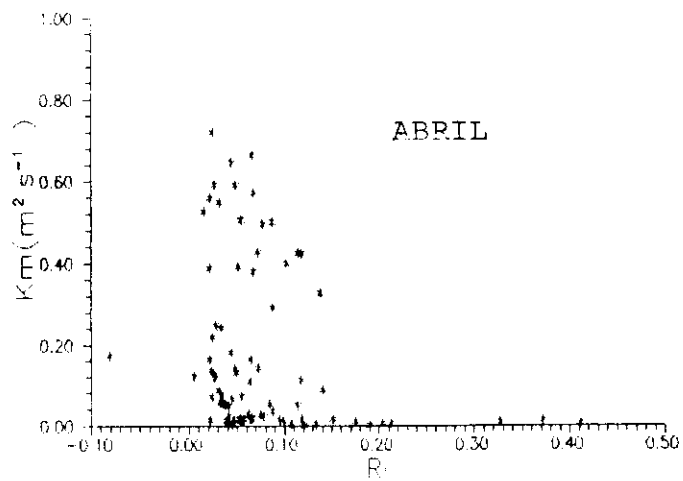


FIG. 5.65

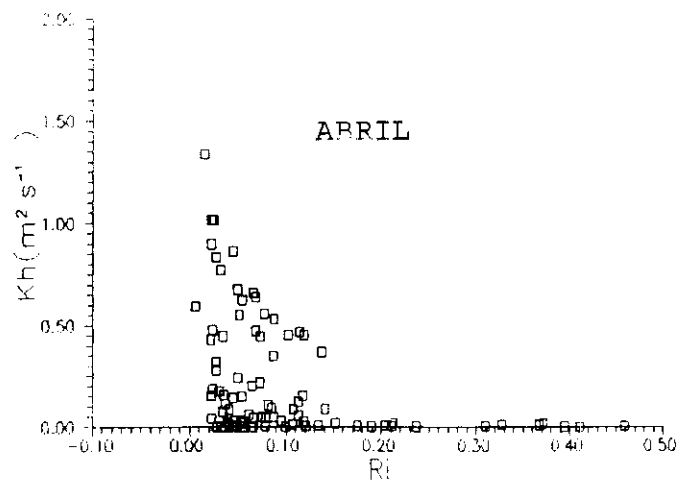


FIG. 5.66

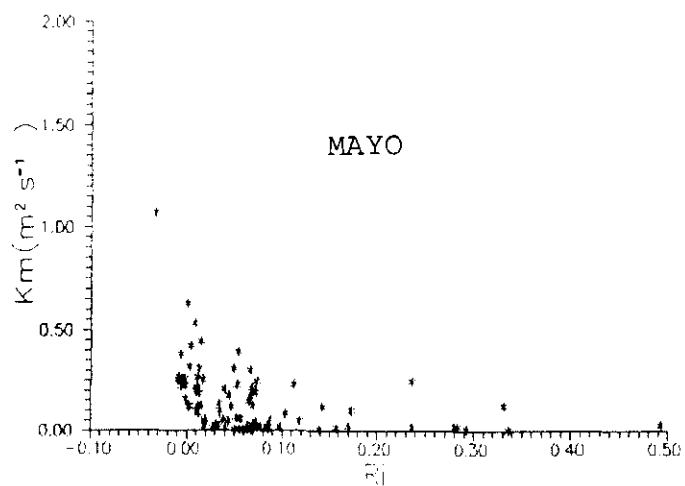


FIG. 5.67

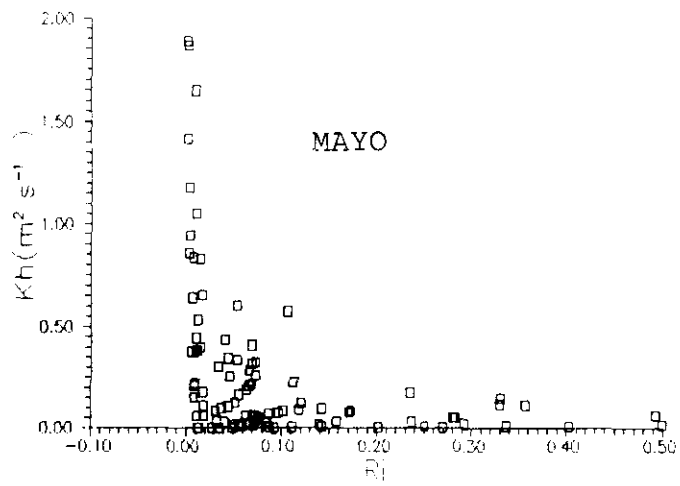


FIG. 5.68

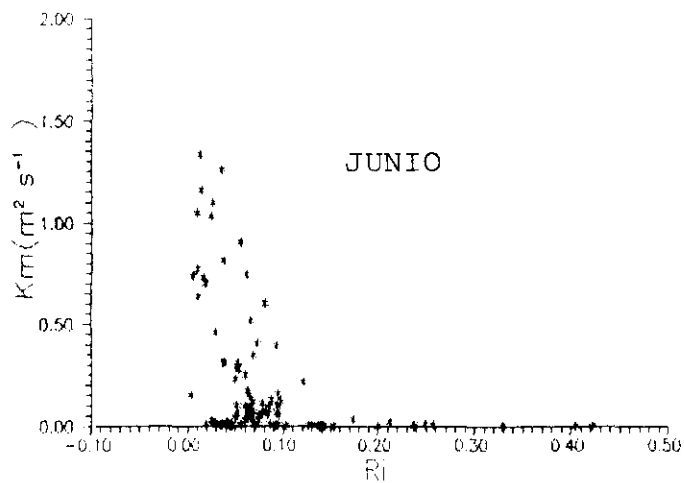


FIG. 5.69

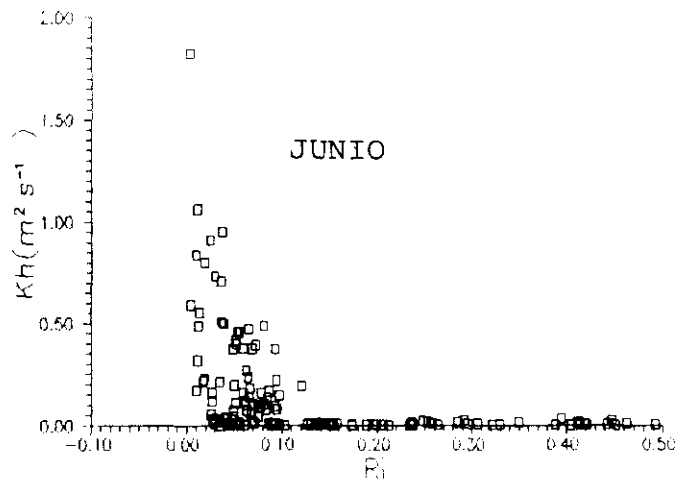


FIG. 5.70

## FIGURAS DEL CAPITULO V

(De la 5.71 a la 5.99)

Fig 5.71, 5.73, 5.75, 5.77, 5.79, 5.81 y 5.83: Relación de  $\alpha$  ( $K_h/K_m$ ) con el número de Richardson para los días 10/7, 14/7, 21/7, 22/7, 23/7, 5/9 y 22/9 de 1982 respectivamente, para los datos de Valladolid.

Fig 5.72, 5.74, 5.76, 5.78, 5.80, 5.82 y 5.84: Igual a las figuras anteriores, pero sólo para  $Ri$  mayores que 0.

Fig 5.85, 5.86, 5.87, y 5.88: Relación de  $\alpha$  con el número de Richardson para los meses de marzo, abril, mayo y junio respectivamente, para los datos de la Antártida.

Fig 5.89, 5.90, 5.91, 5.92, 5.93, 5.94, y 5.95: Relación del número de Richardson del flujo con el número de Richardson del gradiente para los días 10/7, 14/7, 21/7, 22/7, 23/7, 5/9 y 22/9 de 1982 respectivamente, para los datos de Valladolid.

Fig. 5.96, 5.97, 5.98 y 5.99: Relación del número de Richardson del flujo con el número de Richardson del gradiente para los meses de marzo, abril, mayo y junio respectivamente, para los datos de la Antártida.

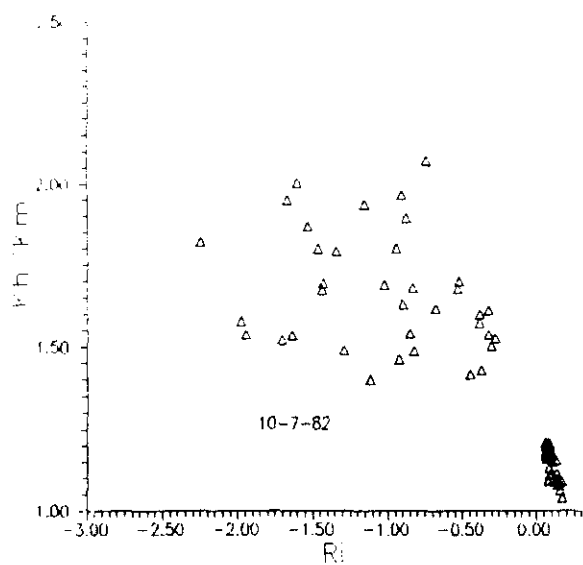


FIG. 5.71

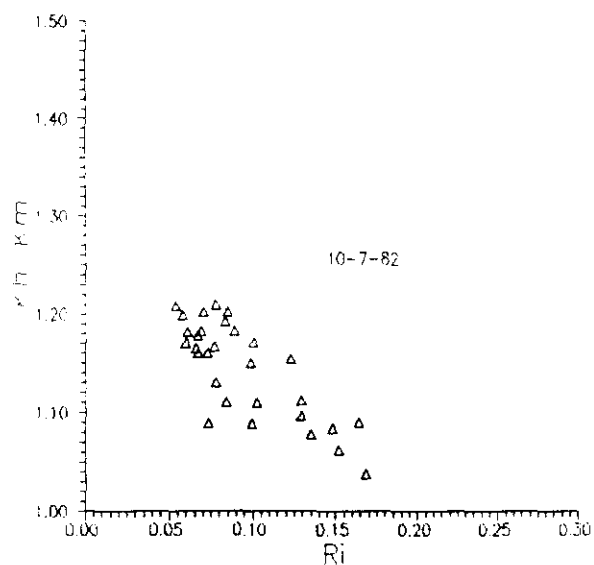


FIG. 5.72

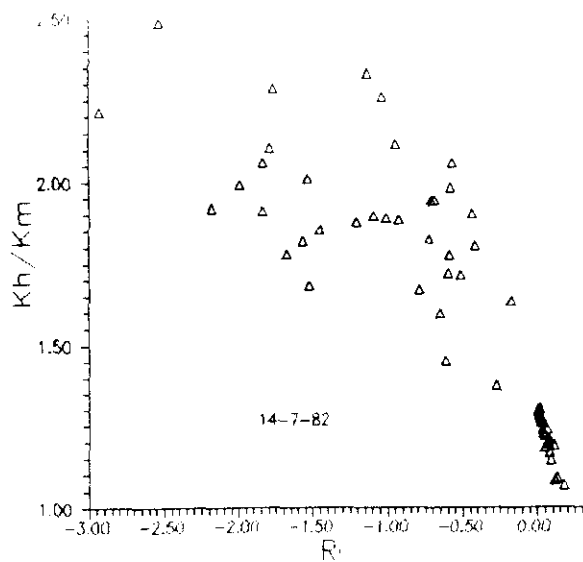


FIG. 5.73

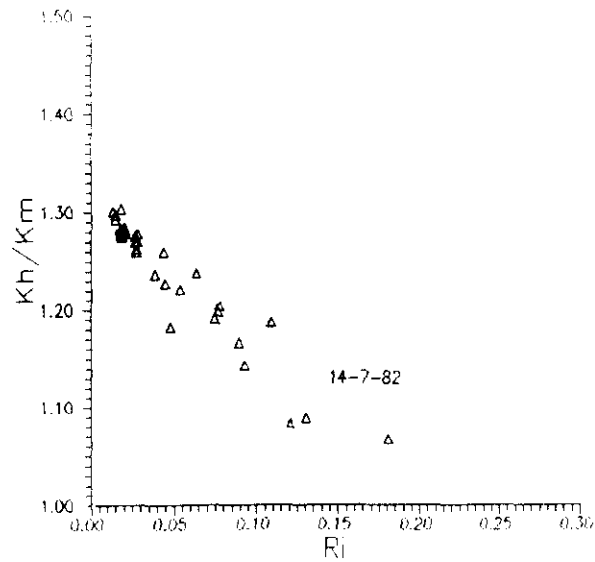


FIG. 5.74

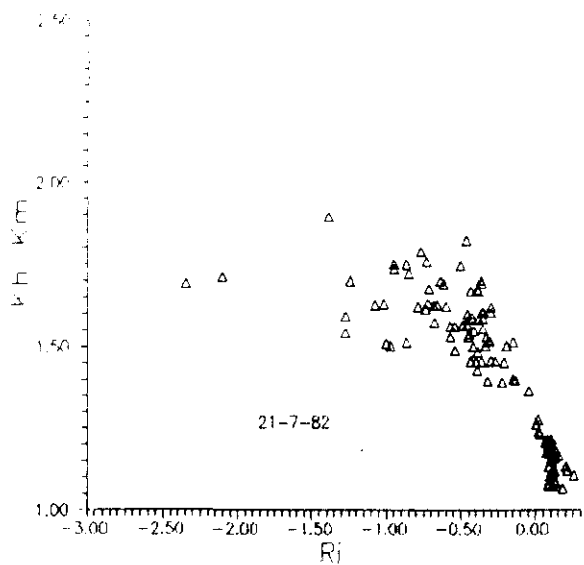


FIG. 5.75

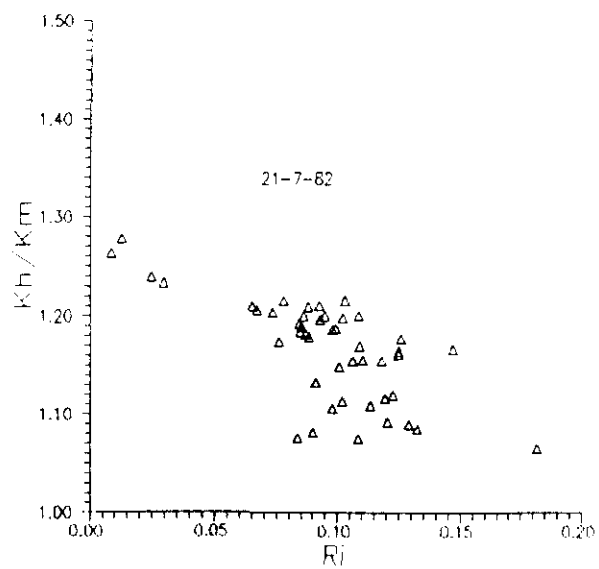


FIG. 5.76

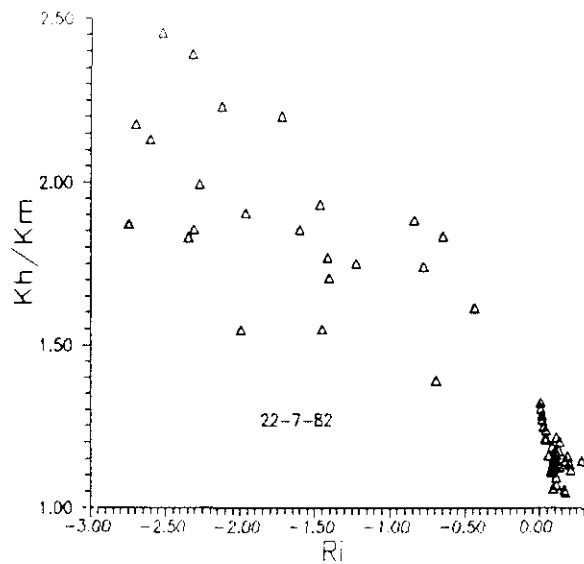


FIG. 5.77

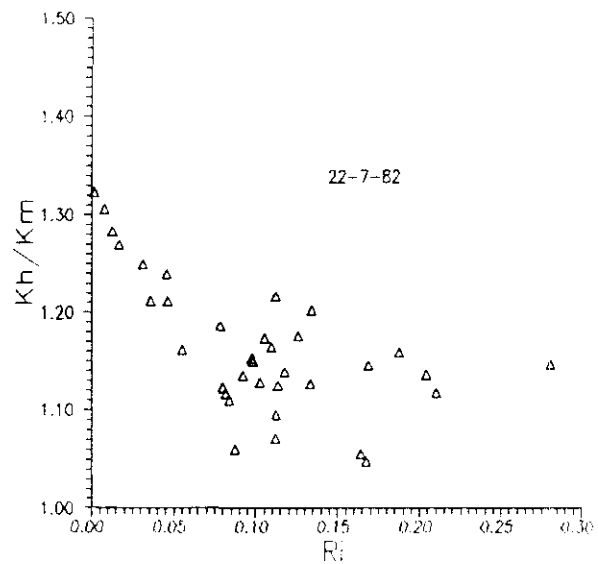


FIG. 5.78

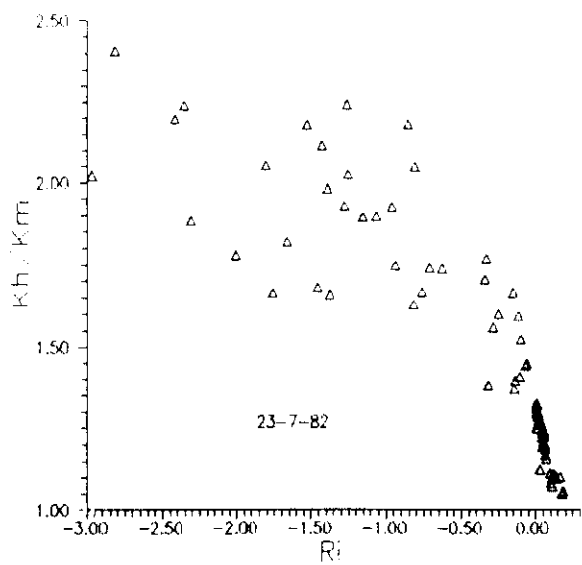


FIG. 5.79

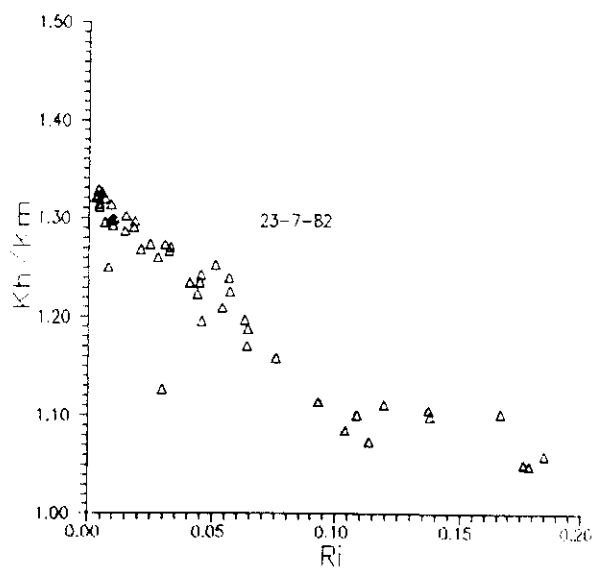


FIG. 5.80

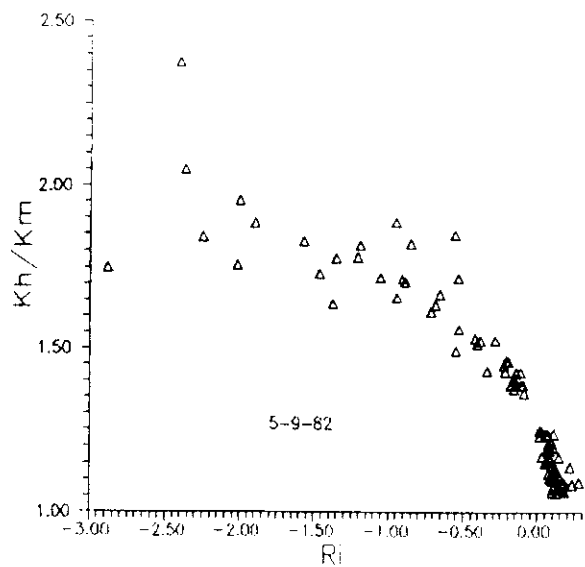


FIG. 5.81

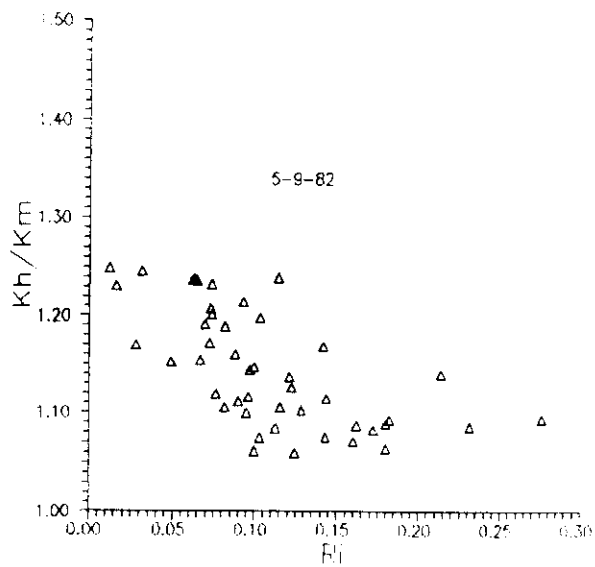


FIG. 5.82



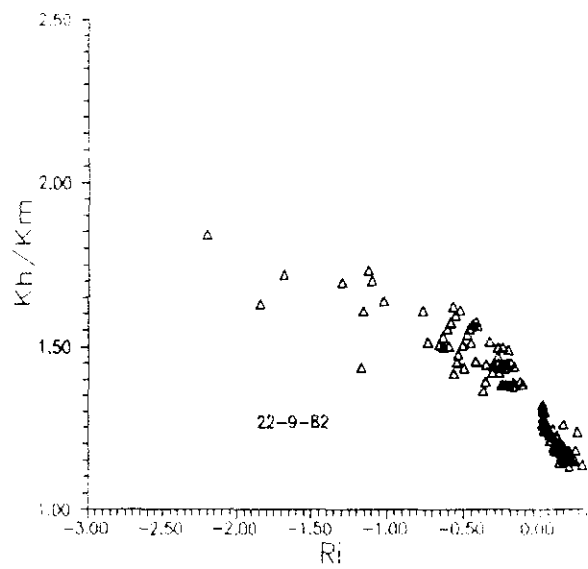


FIG. 5.83

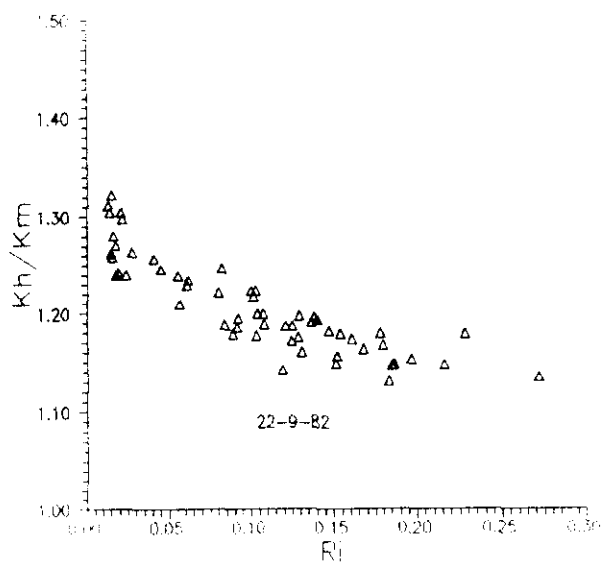


FIG. 5.84

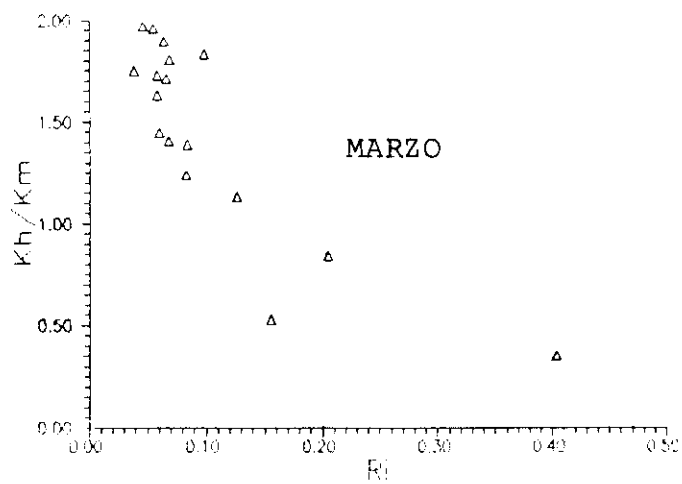


FIG. 5.85

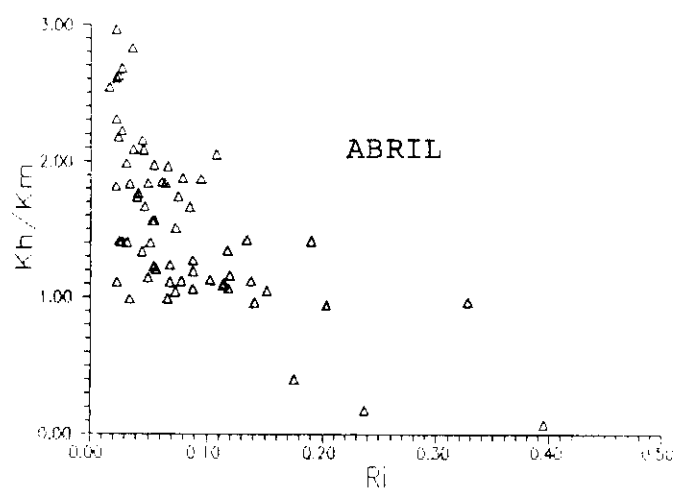


FIG. 5.86

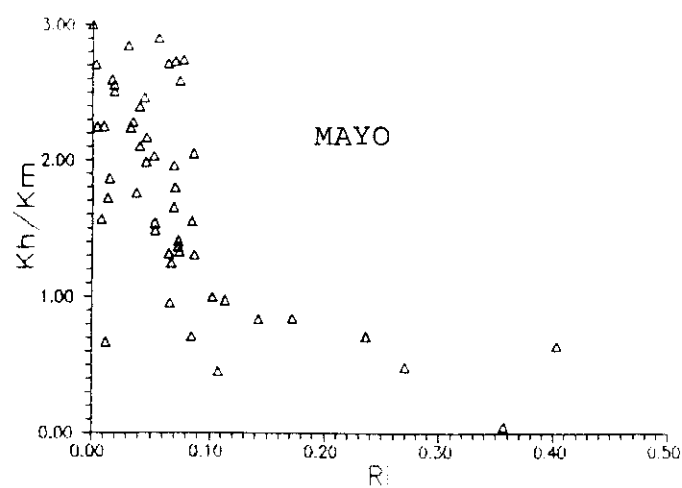


FIG. 5.87

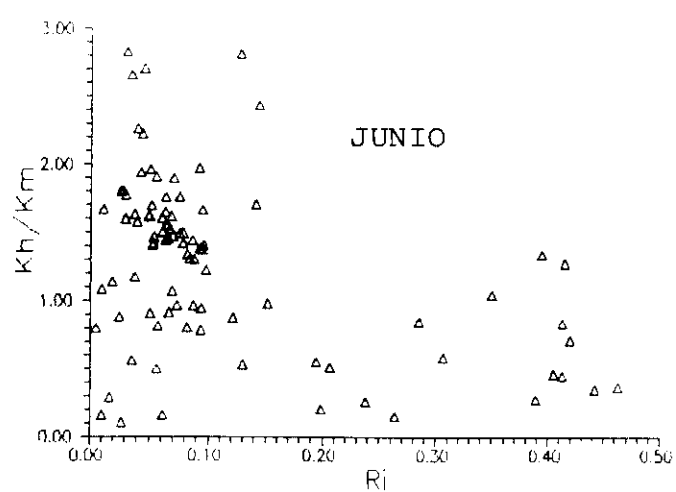


FIG. 5.88

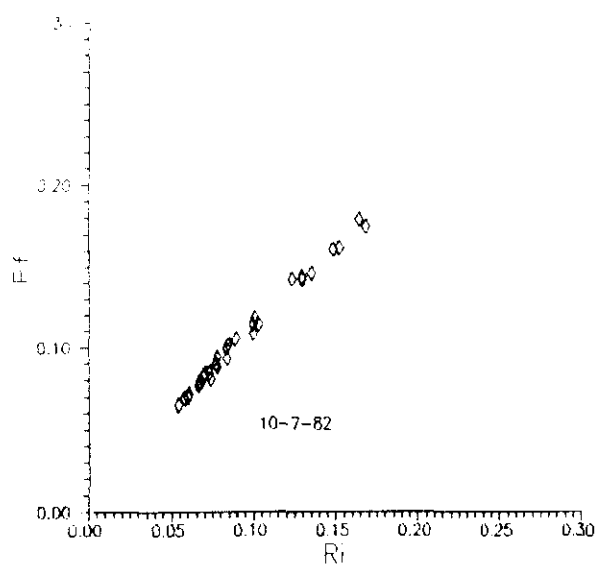


FIG. 5.89

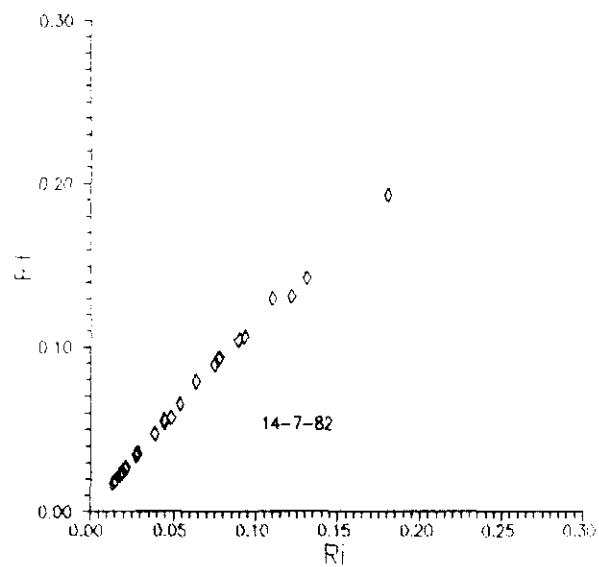


FIG. 5.90

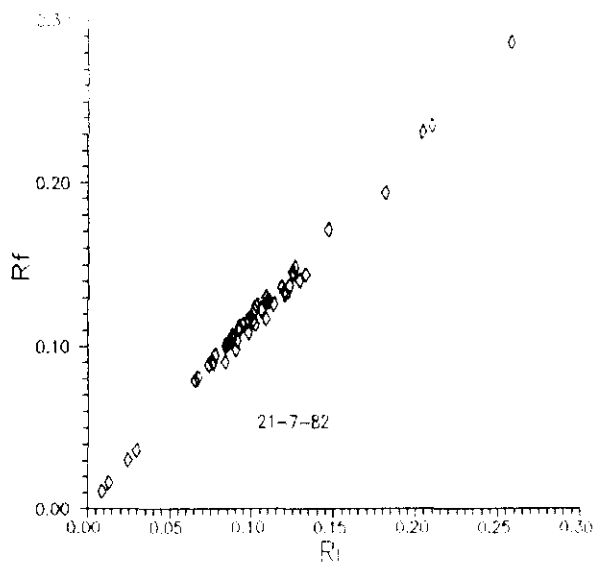


FIG. 5.91

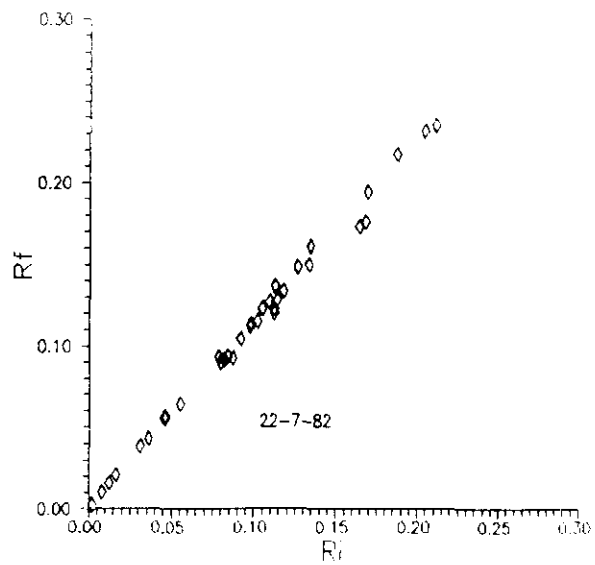


FIG. 5.92

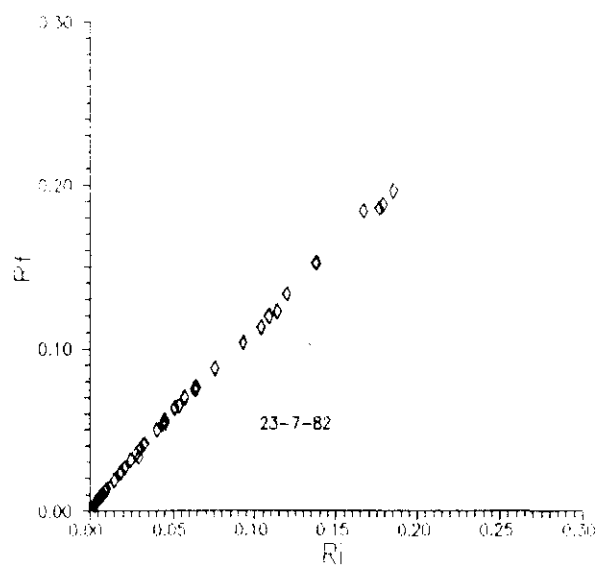


FIG. 5.93

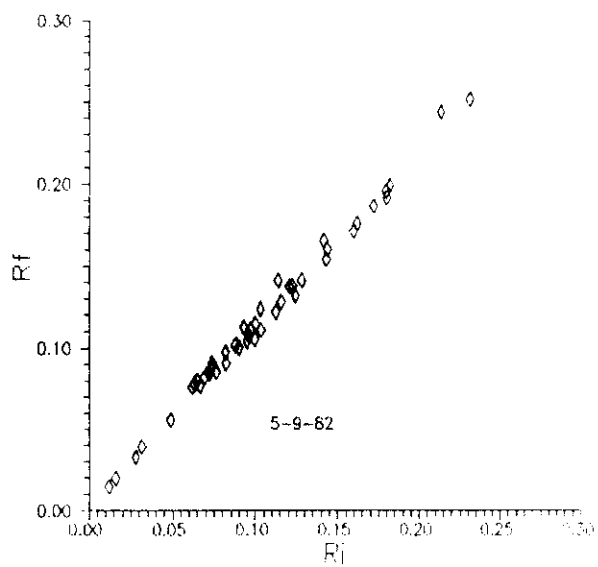


FIG. 5.94

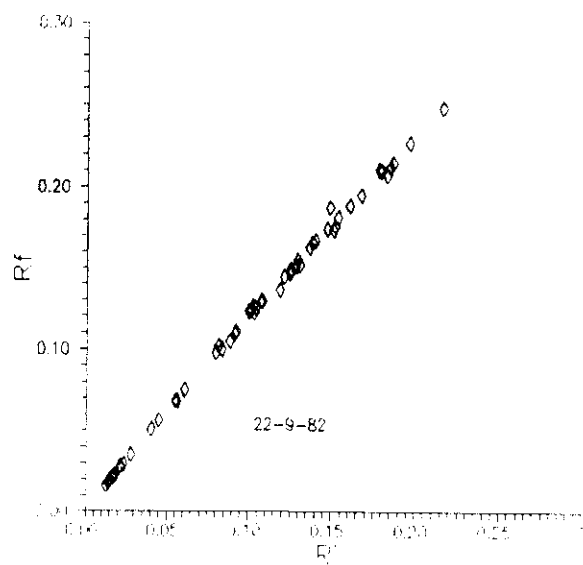


FIG. 5.95

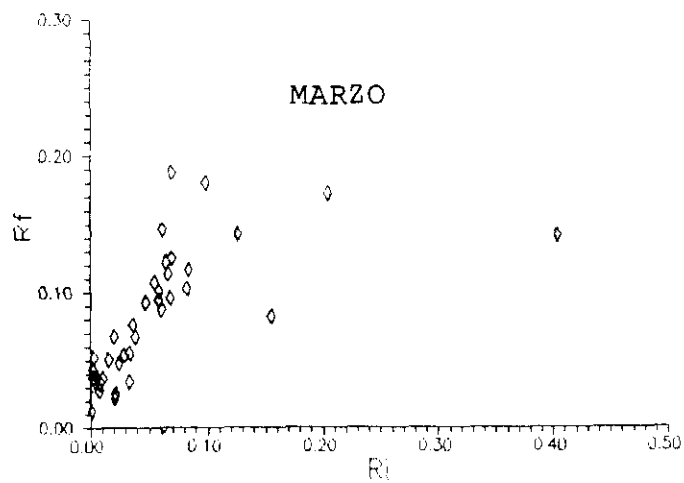


FIG. 5.96

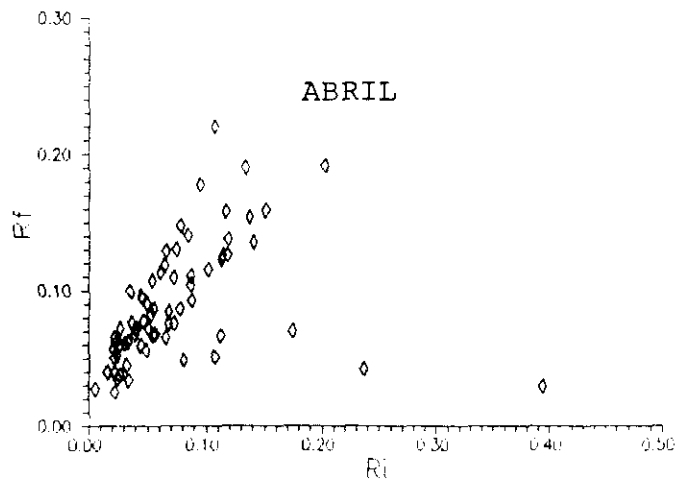


FIG. 5.97

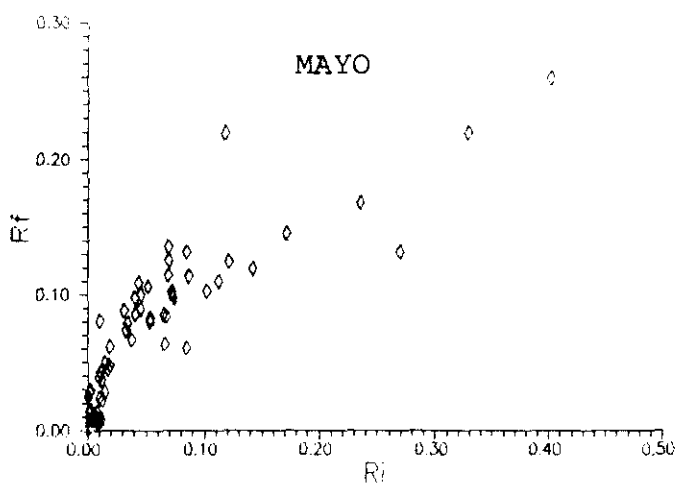


FIG. 5.98

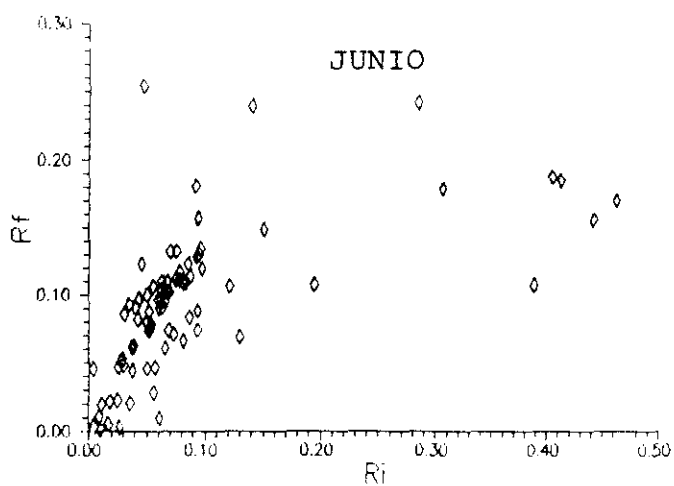


FIG. 5.99

## RESUMEN Y CONCLUSIONES

El objetivo principal de este trabajo reside en el estudio de la mezcla turbulenta, especialmente en la influencia de la estratificación y la estabilidad sobre dicha mezcla. Para ello, se han seguido dos vías de investigación que consideramos complementarias: la experimentación en laboratorio y el análisis a partir de datos meteorológicos. La razón principal de haber elegido estas dos vías es que a través de experimentos de laboratorio es relativamente simple modelizar fenómenos que ocurren en la naturaleza, pudiéndose obtener conocimientos relevantes de la física de dichos fenómenos. Por otro lado, el estudio directo en la atmósfera permite enfrentarse a los fenómenos naturales tal y como tienen lugar, con todas sus dificultades y complejidades.

La elección de los dos conjuntos de datos meteorológicos utilizados en el trabajo, correspondientes a Valladolid y la Antártida, no es en modo alguno caprichosa, sino que viene motivada por la necesidad de cubrir un amplio rango de estabilidades.

Las conclusiones más relevantes de esta memoria se pueden resumir en los siguientes puntos:

1) Se establece una relación potencial entre el tiempo de mezcla y el número de Richardson con exponente  $n$  variable. El tiempo de mezcla aumenta al aumentar el número de Richardson, existiendo una tendencia a que para  $R_i$  mayores la pendiente de la relación vaya aumentando. (IV.1.4.2)

2) La relación encontrada entre la eficiencia de mezcla y el número de Richardson es también potencial y con exponente  $(1-n)$ . De los ajustes realizados se han obtenido distintos valores de  $n$ , aumentando  $n$  con el número de Richardson. (IV.1.4.2)

3) Para los experimentos con  $Q = 32 \text{ cm}^3/\text{s}$ , los valores de  $n$  encontrados tienen un rango de variación entre 0.25 y 1.35.

4) Los procesos convectivos que se han simulado originan un rango de eficiencias de mezcla similar al que se produce en la mezcla generada mecánicamente o por cizalladura ( $\eta < 25\%$ ) (IV.1.4.2)

5) Para números de Richardson mayores que 1 se suele apreciar una disminución de la pendiente de la eficiencia de mezcla ( $\eta$ ) con  $Ri$ . Esto, y la posterior inversión de la pendiente observada en algunos experimentos, podrían estar motivados por la aparición de ondas internas en la interfase, las cuales, para estabilidades suficientemente fuertes, tardan en romper retrasando la mezcla. (IV.1.4.2)

6) La variación de la energía potencial depende de la fortaleza de la interfase inicial de cada experimento, obteniéndose un incremento mayor de la energía potencial para interfases iniciales mayores; el incremento para el caso de la mezcla total es proporcional a la diferencia de densidad a través de la interfase que se constituye inicialmente.

7) No se observan grandes diferencias en los valores de evolución de la eficiencia de mezcla para cada interfase inicial. (IV.2.1)

8) Se han estudiado las evoluciones del número de Richardson a lo largo del proceso de mezcla, resultando que para interfases iniciales más fuertes,  $Ri$  tardaba más tiempo en alcanzar valores próximos a cero. (IV.2.1)

9) Para poder comparar las evoluciones del proceso de mezcla de distintas interfases iniciales, se definen tres parámetros adimensionales: uno relativo al incremento de energía potencial  $[(\Delta EP)_t]$ , otro al número de Richardson  $[(Ri)_t]$ , y el

tercero relativo al tiempo del proceso de mezcla transcurrido ( $T_t$ ). (IV.2.2)

10) Tanto las evoluciones de  $(\Delta EP)_t$  con  $T_t$ , como las evoluciones de  $(Ri)_t$  con  $T_t$ , para distintas interfases, demuestran que las interfases más fuertes requieren más tiempo del proceso de mezcla en transformar su energía potencial, y conservan durante más tiempo un número de Richardson alto, por lo que favorecen la creación de ondas internas resistentes, que dificultan la mezcla y justifican la forma general de la eficiencia de mezcla con  $Ri$ . (IV.2.2)

11) Se han relacionado los números adimensionales del fenómeno convectivo de laboratorio con los correspondientes a otros fenómenos convectivos que tiene lugar en la atmósfera y el océano. A través del resultado, queda claro que los números adimensionales elegidos en el estudio definen con precisión tanto la estabilidad como la fortaleza convectiva de cada fenómeno. El rango de valores de nuestro experimento corresponde a un caso algo más vigoroso que el de una tormenta fuerte. (IV.3)

12) A partir de las evoluciones del proceso de mezcla, se ha estudiado la intermitencia que se produce en la mezcla. La mezcla turbulenta en situaciones estables presenta intermitencia, que se manifiesta a través de las oscilaciones en el valor de la eficiencia de mezcla. Esta intermitencia podría venir justificada por la formación y ruptura de ondas internas en la interfase de densidad. La formación de ondas daría lugar a eficiencias bajas, mientras que las rupturas coincidirían con valores altos de la eficiencia. (IV.4)

13) En ausencia de calentamiento solar, la cizalla es la principal fuente desestabilizadora de la baja atmósfera. Se observa una fuerte disminución de la cizalla para números de Richardson mayores de 0.1. En correspondencia, la longitud de Monin-Obukhov( $L$ ) no supera los 20 m. para  $Ri$  mayor de 0.1. (V.3.3)



14) Para los datos de Valladolid, se analiza la evolución temporal de  $R_i$ ,  $u_*$  y  $L$ . Se han estudiado distintos días con diferentes situaciones sinópticas. De este estudio se deduce que las condiciones de estabilidad local ( $R_i$ ) son más importantes que las características sinópticas. En los periodos nocturnos, se ha observado cómo la menor o mayor intensidad de la cizalla influye directamente en las cotas de estabilidad alcanzadas.

15) En los tramos de estratificación inestable,  $R_i$  y  $L$  negativos, se obtiene que los elementos inestabilizadores son el calentamiento solar y los movimientos convectivos que tienen lugar, y no la cizalla, como sucedía por la noche. De los resultados se desprende que durante el día se alcanzan valores bastante elevados de inestabilidad, con  $L$  negativos e inferiores a 100 metros en valor absoluto, para varias evoluciones de la velocidad de fricción. De hecho, la convección lo que produce son homogeneizaciones de las capas de aire destruyendo la cizalla. (V.3.3)

16) La evolución temporal de los coeficientes de intercambio turbulento, para los datos de Valladolid, presenta en general un comportamiento cíclico a lo largo del día, con valores pequeños de madrugada, incrementándose su valor durante el día hasta alcanzar máximos en las horas centrales, y volviendo a disminuir por la noche. No obstante, en los periodos nocturnos se han encontrado evoluciones diferentes, según el grado de estabilidad de cada noche. (V.4.3.1)

17) Los valores máximos de  $K_h$  alcanzados oscilan entre los 3 y los 4  $m^2 s^{-1}$ , aunque en alguna ocasión se llegó alrededor de los 7  $m^2 s^{-1}$ . Los valores máximos de  $K_m$  son inferiores, situándose entre 1.5 y 2  $m^2 s^{-1}$ . Esto implica que durante el día y gracias a la convección térmica que tiene lugar, los intercambios turbulentos de calor se ven más favorecidos que los de momento. (V.4.3.1)

18) Algunas noches, con débil estabilidad, se alcanzan máximos relativos de  $K_h$  y  $K_m$ . La diferencia de estos máximos con respecto a los diurnos es considerablemente mayor para  $K_h$  que para  $K_m$ . Esto ratifica que la cizalla es la que mayoritariamente influye en el intercambio de momento, mientras que la convección lo hace en el de calor. (V.4.3.1)

19) La utilización conjunta de los datos de Valladolid con los de la Antártida permite estudiar la dependencia de los coeficientes de intercambio turbulento con  $Ri$ , con un rango para este último desde -3 hasta 0.5. Para  $Ri$  negativos la dispersión de valores es grande, pero al aproximarse  $Ri$  a cero los valores de los coeficientes comienzan a disminuir, siguiendo un fuerte descenso para los primeros valores positivos de  $Ri$ , con valores próximos a cero para  $Ri$  mayor de 0.1. Este resultado muestra la inhibición tanto del intercambio turbulento de momento como de calor con las fuertes estabilidades. (V.4.3.2)

20) El cociente de los coeficientes de intercambio turbulento ( $\alpha = K_h / K_m$ ) disminuye al aumentar la estabilidad, siendo inferior a 1 para las altas estabilidades alcanzadas en la Antártida. En estos casos el intercambio de momento es superior al de calor. Ello podría estar causado por las ondas internas que se generan en la Antártida y que, al no romperse, pueden intercambiar momento pero no calor. (V.4.3.3)

21) El número de Richardson del flujo ( $Rf$ ) aumenta inicialmente al hacerlo el del gradiente,  $Ri$ ; pero para gran estabilidad, la pendiente de la relación disminuye, tendiendo incluso a estabilizarse y hacerse negativa en algunas ocasiones. Esto es debido a los bajísimos valores del coeficiente de intercambio turbulento de calor. Estas evoluciones tienen cierta similitud con las evoluciones de la eficiencia de mezcla frente a  $Ri$  observadas en el capítulo IV. (V.5.1)

Este trabajo pretende ser el inicio de una serie de investigaciones sobre los efectos de la estratificación y la estabilidad en la mezcla turbulenta. Entre los futuros proyectos, está la realización de un estudio en profundidad de las inversiones térmicas en la baja atmósfera, analizando su influencia en la mezcla turbulenta, y su evolución con los coeficientes de intercambio turbulento. Todo ello se quiere complementar con una modelización numérica del fenómeno.

Esperamos que esta memoria pueda constituir una base necesaria para la consecución de dichos proyectos.

## BIBLIOGRAFIA

ACKERMAN, B. (1985): "Temporal march of the Chicago heat island" J. Clim. Appl. Met., **24**, 547-554.

AGEE, E.M. (1982): *Cloud Dynamics*, Reidel Publishing Company.

ALBIZUA, L. (1985): "Estudio comparativo por análisis espectral de los efectos mecánicos y térmicos en las microvariaciones del viento en zona urbana" Tesina de Licenciatura. Universidad Complutense de Madrid.

ANDRE, J.C., DE MOOR, G., LACARRERE, P., THERRY, G. y DU CACHAT, R. (1978): "Modelling the 24-hour evolution of the mean and turbulent structures of the planetary boundary layer" J. Atmos. Sci., **35**, 1861-1883.

ARYA, S.P.S. y PLATE, E.J. (1969): "Modelling of the stably stratified atmospheric boundary layer" J. Atmos. Sci., **26**, 656-665.

ARYA, S.P.S. (1972): "The critical condition for the maintenance of turbulence in stratified flows" Q. J. R. Meteorol. Soc., **98**, 264-273.

ARYA, S.P.S. (1988): *Introduction to Micrometeorology*. International Geophysics Series. Academic Press.

BAINES, W.D., TURNER, J.S. y CAMPBELL, I.H. (1990): "Turbulent fountains in an open chamber" J. Fluid Mech., **212**, 557-592.

BALL, F.K. (1960): "Control of the inversion height by surface heating" Q. J. R. Meteorol. Soc., **86**, 483-494.

BOERS, R. (1989): "A parameterization of the depth of the entrainment zone" J. Appl. Meteor., **28**, 107-111.

BOUSSINESQ, J. (1877): "Essai sur la theorie des eaux courantes" Mem. Pres. Par Div. Savants a l'Academie Sci., Paris, **23**, 1-680.

BRITTER, R.E. (1984): "Diffusion and Decay in stably-stratified turbulent flows" J.N.L. Inst. of Math. and its Application. Ed. J.C.R. Hunt, Cambridge.

BROWNING, K.A. (1962): "Cellular structure of convective storms" Bull. Am. Met. Soc., **27**, 557-563.

BRUMMER, B., BAKAN, S. y HINZPETER, H. (1985): "Kontur: observations of cloud streets and open cellular structures" Dyn. Atmos. Oceans, **9**, 281-296.

BUSINGER, J.A., WYNWAARD, J.C., IZUMI, Y. Y BRADLEY, E.F. (1971): "Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer" J. Atmos. Sci., **28**, 181-189.

CANO, J.L. Y MAQUEDA, G.L. (1982): "Influences locales dans la microturbulence du vent" La Météorologie. Serie VI. N° **28**, 85-94.

CANO, J.L, ARTIÑANO, B. y MAQUEDA, G.L. (1987): "Espectros cruzados y función de coherencia de las componentes horizontales del viento y su energía cinética" Rev. de Geofís., **43**, 201-208.

CARSON, D.T. (1973): "The development of a dry inversion-capped convectively unstable boundary layer" Q. J. R. Meteorol. Soc., **99**, 450-467.

CASANOVA, J.L. (1985): "Determinación de parámetros turbulentos de la capa fronteriza superficial" An. Fís., Serie B, **81**, 155-160.

CROMWELL, T. (1960): "Pycnoclines created by mixing in an aquarium tank" J. Mar. Res., **18**, 75-82.

CUSHMAN-ROISIN, B. (1982): "Penetrative convection in the upper ocean due to surface cooling" Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics, **19**, 61-91.

CHANDRASEKHAR, S. (1961): *Hydrodynamic and Hydromagnetic stability*, Dover Publication, Inc; New York.

CHISHOLM, A.J. y RENICK, J.H. (1972): "The kinematics of multicell and super-cell Alberta hailstorms" Alberta Hail Studies, R.C.A.H.S. Report 72-2, pp 24-31.

CHOPRA, K.P. y HUBERT, L.B. (1965): "Mesoscale eddies in wake of islands" J. Atmos. Sci., **22**, 652-657.

DARBY, M.S. y MOBBS, S.D. (1987): "Observations of internal gravity waves in the stably-stratified atmospheric boundary layer" (En Puttock, J.S. Ed. Proceedings of the IMA Conference on stably stratified flow and dense gas dispersion. Oxford University Press.)

DAVIES, P.A., FERNANDO, H.J.S., BESLEY, P. y SIMPSON, R.J. (1991): "Generation and spreading of a turbulent mixed layer in a rotating, stratified fluid" J. Geophys. Res., **96(C7)**, 12567-12585.

DEARDORFF, J.W., WILLIS, G.E. y LILLY, D.K. (1969): "Laboratory investigations of non-steady penetrative convection" J. Fluid Mech., **35**, 7-31.

DEARDORFF, J.W. (1970): "A three-dimensional numerical investigation of the idealized planetary boundary layer" Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics, **1**, 377-410.

DEARDORFF, J.W. (1972a): "Parameterization of the planetary boundary layer for use in general circulation models" Mon. Weather Rev., **100**, 93-106.

DEARDORFF, J.W. (1972b): "Numerical investigation of neutral and stable planetary boundary layer" J. Atmos. Sci., **29**, 91-115.

DEARDORFF, J.W. (1973): "Three dimensional numerical modelling of the planetary boundary layer" En "Workshop on Micrometeorology", 271-311, Amer. Meteorol. Soc., Boston, Massachusetts.

DEARDORFF, J.W., WILLIS, G.E. y STOCKTON, B.H. (1980): "Laboratory studies of the entrainment of a convectively mixed layer" J. Fluid Mech., **100**, 41-64.

DERBYSHIRE, S.H. y REDONDO, J.M. (1990): "Fractals and waves, some geometrical approaches to stably-stratified turbulence" An. Fís., Serie A, **86**, 67-76.

DURST, F., SCHONUNG, B., SELANGER, K. y WINTER, M. (1986): "Bubble-driven liquid flows" J. Fluid Mech., **170**, 53-82.

EKMAN, W.V. (1905): "On influence of the Earth's rotation on ocean currents" Ark. Mat. Astron. Fys., **2**, 11.

ELLISON, T.H. (1957): "Turbulent transport of heat and momentum from an infinite rough plane" J. Fluid Mech., **2**, 456-466.

ELLISON, T.S. y TURNER, J.S. (1960): "Mixing of dense fluid in a turbulent pipe flow" J. Fluid Mech., **8**, 514-544.

FERNANDO, H.J.S. Y LONG, R.R. (1985): "On the nature of the entrainment interface of a two layer fluid subjected to zero-mean-shear turbulence" J. Fluid Mech., **151**, 21-53.

FERNANDO, H.J.S. y LONG, R.R. (1988): "Experiments on steady buoyancy transfer through turbulent fluid layers separated by density interfaces" Dyn. Atmos. Oceans, **12**, 233-257.

FERNANDO, H.J.S. (1991): "Turbulence and mixing in a stratified shear flow" Geophys. Astrophys. Fluid Dyn., **59**, 147-164.

GIBSON, C.H. (1991): "Turbulence mixing and heat flux in the ocean main thermocline" J. Geophys. Res., **96(C11)**, 20403-20420.

GREGG, M.C. (1987): "Dyapicnal mixing in a thermocline: a review" J. Geophys. Res., **92(C5)**, 5249-5286.

GURVICH, A.S. (1965): "Vertical temperature and wind velocity profiles in the atmospheric surface layer" Izv. Atmos. Oceanic Phys., **1**, 31-36.

HARLEMAN, D.R.F. e IPPEN, A.T. (1960): "The turbulent diffusion and convection of saline water in an idealised estuary" Pub. n. 51 Intl. Assoc. Sci. Hydrol. Commission of Surface Waters, 362-378.

HICKS, B.B. (1976): "Wind profile relationships from the Wangara experiment" Ibid., **102**, 535-551.

IZUMI, Y. (1971): Kansas 1968 Field Program data report. Environ. Res. Pap., No 379, Air Force Cambridge Research Laboratories, Bedford, Massachusetts.

KATO, H. y PHILLIPS, O.M. (1969): "On the penetration of a turbulent layer into a stratified fluid" J. Fluid Mech., **37**, 643-655.

KAY, J.M. Y NEDDERMAN, R.M. (1985): *Fluid Mechanics and transfer processes*. pp 26. Cambridge University Press.



KIMURA, R. (1988): "Cell formation in the convective mixed layer" Fluid Dynamics Res., 3, 395-399.

KING, J.C. y ANDERSON, P.S. (1988): "Installation and performance of the STABLE instrumentation at Halley" British Antarctic Survey Bulletin, 79, 65-77.

KING, J.C. (1990): "Some measurements of turbulence over an antarctic ice shelf" Q. J. R. Meteorol. Soc., 116, 379-400.

KONDO, J., KANECHICA, O. y YASUDA, N. (1978): "Heat and momentum tranfers under strong stability in the atmospheric surface layer" J. Atmos. Sci., 35, 1012-1021.

KÖNIG, G. (1985): "Roughness length of an Antarctic Ice Shelf" Polarforschung, 55, 27-32.

KOWE, R., HUNT, J.C.R., HUNT, A., COUET, B. y BRADBURY, L.J.S. (1988): "The effects of bubbles on the volume fluxes and the pressure gradients in unsteady and non-uniform flow of liquids" Int. J. Multiphase Flow, 14, 586-606.

KREIMAN, K.D. y BOGDANOV, V.E. (1990): "Laboratory modelling of wind-induced entrainment in stably stratified fluid" Izv. Acad. Sci. USSR Atmos. Ocean Phys., 26, 1111-1119.

KU, J.Y., RAO, S.T., y RAO, K.S. (1987): "Numerical simulations of air pollution in urban areas: model development" Atmos. Environ., 21, 201-212.

LEDWELL, J.R. y WATSON, A.J. (1991): "The Santa Monica Basin Tracer experiment: a study of diapycnal and isopycnal mixing" J. Geophys. Res., 95(C5), 8695-8718.

LINDEN, P.F. (1979): "Mixing in stratified fluids" Geophys. Astrophys. Fluid Dyn., 13, 3-23.

LINDEN, P.F. (1980): "Mixing across a density interface produced by grid turbulence" J. Fluid Mech., **100**, part 4, 691-703.

LINDEN, P.F. y SIMPSON, J.E. (1986): "Gravity-driven flows in a turbulent fluid" J. Fluid Mech., **172**, 481-497.

LINDEN, P.F. y REDONDO, J.M. (1991): "Molecular mixing in Rayleigh-Taylor instability I. Global mixing" Phys. Fluid A, Fluid Dyn., **3**, 1269-1277.

LUKAS, R. y LINDSTROM, E. (1991): "The mixed layer of the western equatorial Pacific Ocean" J. Geophys. Res., **96**, 3343-3357.

MAHRT, L. (1989): "Intermittency of atmospheric turbulence" J. Atmos. Sci., **46**, 79-95.

MAINARDI, F., TAMPIERI, F. y VITALI, G. (1991): "Dissipative effects on internal gravity waves in geophysical fluids" Nuovo Cimento, **14C**, 391-399.

MAQUEDA, G.L. (1987): "Análisis y evolución de los parámetros turbulentos en la capa límite superficial atmosférica en base a datos de una torre meteorológica" Colección tesis doctorales n° 177/90. Ed. de U.C.M.

MAXWORTHY, T. y BROWAND, F.K. (1975): "Experiments in rotating and stratified flows; oceanographic application" Ann. Rev. Fluid Mech., 273-305.

McDOUGALL, T.J. (1979): "Measurements of turbulence in a zero-mean shear mixed layer" J. Fluid Mech., **94**, 409-431.

McEWAN, A.D. (1983a): "Internal mixing in stratified fluids" J. Fluid Mech., **128**, 59-80.

- McEWAN, A.D. (1983b): "Kinematics of stratified mixing through internal wave-breaking" J. Fluid Mech., 128, 47.
- McVEHIL, G.E. (1964): "Wind and temperature profiles near the ground in stable stratification" Q.J.R. Meteorol. Soc., 90, 136-146.
- MELLOR, G.L. y YAMADA, T. (1974): "A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers". J. Atmos. Sci., 31, 1791-1806.
- MISKIS, M.J., VANDEN-BROECK, J.M. y KELLER, J.B. (1982): "Rising bubbles" J. Fluid. Mech., 123, 31-41.
- MONIN A.S. y OBUKHOV A.M. (1954): "Basic turbulent mixing laws in the atmospheric surface layer" Tr. Geofiz. Inst. Akad. Nauk. USSR, 24(151), 163-187.
- MONIN, A.S. y YAGLOM, A.M. (1971): *Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence*. Vol. 1. MIT Press, Cambridge, Massachussetts.
- MOORE, M.J. y LONG, R.R. (1971): "An experimental investigation of turbulent stratified shearing flow" J. Fluid Mech., 49, 635-655.
- MORAN, F. (1944): *Apuntes de Termodinámica de la Atmósfera*. I.N.M. Publicaciones. Serie B (Textos). N. 4. (Edición facsimil, 1984).
- NEW, A.L. y PINGREE, R.D. (1990): "Evidence for internal tidal mixing near the shelf break in the Bay of Biscay" Deep-Sea Res. A. Oceanogr. Res. Pap., 37, 1783-1803.
- OERTEL, H. (1983): *Convective transport and instability phenomena*, Wissenschaft and Technik, Ed. H. Oertel. J. Zierep y B. Karlsruhe.

OKE, T.R. (1970): "Turbulent transport near the ground in stable conditions" J. Appl. Met., 9, 778-786.

OKE, T.R. (1982): "The energetic basis of the urban heat islands" Q.J.R. Meteorol. Soc., 108, 1-24.

PANOFSKY, H.A. y DUTTON, J.A. (1984): *Atmospheric Turbulence*. Wiley Ed., New York.

PELEGRI, J.L. y CSANADY, G.T. (1991): "Nutrient transport and mixing in the Gulf Stream" J. Geophys. Res., 96(C2), 2577-2583.

PHILLIPS, O.M. (1972): "Turbulence in a stratified fluid: is it stable?" Deep Sea Res., 19, 79.

PICKARD, G.L. y EMERY, W.J. (1990): *Descriptive physical oceanography*. Pergamon Press.

PIELKE, R.A. y SEGAL, M. (1986): *Mesoscale meteorology and forecasting*. American Meteorological Society, P.S. Ray Ed.

PORTELA, A. Y CASTRO, M., (1991): "Primera aproximación a una climatología de las depresiones térmicas en la Península Ibérica" Rev. de Geofís., 47, 205-215.

POSMENTIER, E.S. (1977): "The generation of salinity fine structure by vertical diffusion" J. Phys. Ocean, 17, 298-300.

PRANDTL, L. (1905): "Verh. Int. Math Kongr." Heidelberg 1904, 484-491.

PRANDTL, L. (1925): "Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz" Z. Ang. Math. Mech., 5, 136-137.

PRETEL, J. (1990): "Nondimensional temperature and wind profiles and their changes under the influence of terrain and stability conditions". *Il Nuovo Cimento*. **13C**, 973-979.

PRUITT, W.O., MORGAN, L. y LAURENCE, F.J. (1973): "Momentum and mass transfer in the surface boundary layer" *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, **99**, 370-386.

RAO, K.S. y SNODGRASS, H.F. (1978): "The structure of the nocturnal planetary boundary layers". Environmental Research Laboratories, Air Resources Atmospheric Turbulence and Diffusion Laboratory, Oak Ridge, Tenn.

REDONDO, J.M. (1987): "Difusión turbulenta en fluidos estratificados" Tesis Doctoral. Universidad de Barcelona.

REDONDO, J.M. (1987): "Effects of ground proximity on dense gas entrainment" *J. of Hazardous Materials*, **16**, 381-393.

REDONDO, J.M. (1988): "Difusión turbulenta por rejilla oscilante", *Rev. de Geofís.*, **44**, 163-174.

REDONDO, J.M. (1990): "The structure of density interfaces", PhD. Thesis. University of Cambridge.

REES, J.M. y MOBBS, S.D. (1988): "Studies of internal gravity waves at Halley Base, Antarctica, using wind observations" *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, **114**, 939-966.

RODI, W. (1980): *Turbulence models and their application in Hydraulics*. International Association for Hydraulic Research, Delft, Netherlands.

RODI, W. (1987): "Examples of calculation methods for flow and mixing in stratified fluids" *J. Geophys. Res.*, **92(C5)**, 5305-5328.

ROHR, J.J., ITSWEIRE, E.C. y VAN ATTA, C.W. (1984): "Mixing efficiency in stably-stratified decaying turbulence" *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **29**, 221-236.

ROUSE, H. y DODU, J. (1955): "Turbulent diffusion across a density discontinuity" *La Houille Blanche*, **10**, 522-532.

RUDELS, B. (1990): " Haline convection in the Greenland Sea" *Deep-Sea Res.*, **37**, 1491-1511.

RUDELS, B. (1991): "The diffusive interface at low stability: the importance of non-linearity and turbulent entrainment" *Tellus A, Dyn. Meteorol. Oceanogr.*, **43A**, 153-167.

RUI, X.H. (1990): "On the three-dimensional structure of the wind driven circulation in the North Atlantic" *Dyn. Atmos. Oceans*, **15**, 117-159.

SAN JOSE, R., CASANOVA, J.L., VILORIA, R.E. y CASANOVA J. (1984): *Torres meteorológicas y determinación de parámetros turbulentos*. Universidad de Valladolid.

SAN JOSE, R., CASANOVA, J.L., VILORIA, R.E. y CASANOVA, J. (1985): "Evaluation of the turbulent parameters of the unstable surface boundary layer outside Businger's range" *Atmos. Environ.*, **19**, 1555-1561.

SCORER, R.S. (1986): *Cloud investigation by satellite*, Ellis Norton Ltd. Environmental Series.

SMEDMAN, A.S. (1991): "Some turbulence characteristics in stable atmospheric boundary layer flow" *J. Atmos. Sci.*, **48**, 856-868.

SORBJAN, Z. (1989): *Structure of the Atmospheric Boundary Layer*. Prentice Hall, Inc.

STEWART, R.W. (1969): "Turbulence and waves in a stratified atmosphere" *Radio Science*, **4**, 1269-1278.

STOMMEL, H. y FEDOROV, K.N. (1967): "Small scale structure in temperature and salinity near Timor and Mindanao" *Tellus*, **19**, 306-325.

STULL, R.B. (1973): "Inversion rise model based on penetrative convection" *J. Atmos. Sci.*, **30**, 1092-1099.

STULL, R.B. (1988): *An Introduction to Boundary Layer Meteorology*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, Mass.

TENNEKES, H. (1973): "A model for the dynamics of the inversion above convective boundary layer" *J. Atmos. Sci.*, **30**, 558-567.

THOMAS, R.H. (1973): "The dynamics of the Brunt Ice Shelf, Coats Land, Antarctica" *British Antarctic Survey Scientific Report*, **79**, 49.

THOMAS, N.H. y SIMPSON, J.E. (1985): "Mixing of gravity currents in turbulent surroundings: Laboratory studies and modelling implications" *En Turbulence and Diffusion in Stable Environments* (Ed. J.C.R. Hunt), 61-95. Clarendon.

TOWNSEND, A.A. (1958): "Turbulent flow in a stably stratified atmosphere" *J. Fluid Mech.*, **5**, 361-372.

TURNER, J.S. (1968): "The influence of molecular diffusivity on turbulent entrainment across a density interface" *J. Fluid Mech.*, **33**, 639-656.

TURNER, J.S. (1973): *Buoyancy effects in fluids*, Cambridge University Press.

TURNER, J.S. (1981): "Small-scale mixing processes" En *Evolution of Physical Oceanography* (ed. B.A. Warren y C. Wunsch), M.I.T. Press.

TURNER, J.S. (1991): "Convection and mixing in the Ocean and the Earth" *Phys. Fluids A, Fluid Dyn.*, **3**, 1218-1232.

WALLINGTON, C.E. (1961): *Meteorology for glider pilots*. Ed. John Murray.

WASHBURN, L., KADKO, D.C., JONES, B.H., HAYWARD, T., KOSRO, P.M., STANTON, T.P., RAMP, S. Y COWLES, T. (1991): "Water mass subduction and the transport of phytoplankton in a coastal upwelling system" *J. Geophys. Res.*, **96**(C8), 14927-14945.

WEBB, E.K. (1970): "Profile relationships: the log-linear range and extension to strong stability" *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **96**, 67-90.

WEBSTER, C.A.G. (1964): "An experimental study of turbulence in a density-stratified shear flow" *J. Fluid Mech.*, **19**, 221-245.

WEGENER, P. y PARLANGE, J.Y. (1973): *Spherical-cap bubbles*. Yale Univ., New Haven, Connecticut.

WEISMAN, M.L. y KLEMP, J.B. (1986): *Mesoscale meteorology and forecasting*. American Meteorology Society, P.S. Ray Ed.

WELANDER, P. (1971): "The thermocline problem" *Philosophical transactions of the Royal Soc. of London*, **A270**, 415-421.

WYNWAARD, J.C., COTE, O.R. y RAO, K.S. (1974): "Modelling the atmospheric boundary layer" *Adv. Geophys.*, **18A**, 193-211.



WYNGAARD, J.C. (1975): "Modelling the planetary boundary layer-extension to the stable case" *Boundary-Layer Meteorol.*, **9**, 441-460.

WYNGAARD, J.C. (1984): *Large Eddy Simulation: Guidelines for its application to planetary boundary layer research*. Michael Communications, Boulder, Colorado.

YAGÜE, C., ZURITA, E. y MARTINEZ, A. (1991): "Statistical analysis of the Madrid urban heat island" *Atmos. Environ.*, **25B**, 327-332.

YAMADA, T. (1975): "The critical Richardson number and the ratio of the eddy transport coefficients obtained from a turbulence closure model" *J. Atmos. Sci.*, **32**, 926-933.

YAMADA, T. y MELLOR, G.L. (1975): "A simulation of the Wangara atmospheric boundary layer data" *J. Atmos. Sci.*, **32**, 2309-2329.

ZEMAN, O. (1981): "Progress in the modelling of planetary boundary layers" *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **13**, 253-272.

ZODIATIS, G. (1991): "Water masses and deep convection in the Cretan Sea during late winter 1987" *Ann. Geophys., Atmos. Hydrospheres Space Sci.*, **9**, 367-376.

ZOUMAKIS, N.M. y KELESSIS (1991): "Estimation of the micrometeorological parameters using on-site instrumentation" *Nuovo Cimento*, **14C**, 587-594.